

# 状態監視保全下における下水道管渠 に対する調査間隔設定方法の提案

松本 圭史<sup>1</sup>・貝戸 清之<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 非会員 大阪大学大学院博士前期課程 工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail: k.matsumoto@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>2</sup> 個人正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

段階的な老朽化が進む下水道管渠に対して、管渠の長期的な運用を目的とした状態監視保全の導入が進んでいる。状態監視保全下において維持管理が行われる場合、管渠の調査結果に基づき改築更新が実施される。しかし、埋設構造物である下水道管渠の調査を高頻度で実施することは困難であるため、管理対象とする管渠の劣化予測結果や健全性に基づいた調査間隔の設定が必要である。一方で、調査データを活用した劣化予測を行う場合、構造条件や使用条件、環境条件の違いにより生じる劣化速度の異質性や健全性の低い調査データが不足することによって生じるサンプル欠損バイアスを考慮することが必要である。本研究では、劣化速度の異質性とサンプル欠損バイアスの双方を考慮した劣化予測を実施し、分析結果を活用した調査間隔設定方法を提案する。

**キーワード：** 混合マルコフ劣化ハザードモデル, サンプル欠損バイアス, 下水道管渠, 調査間隔

## 1. はじめに

近年、下水道管渠の老朽化に伴う、道路陥没が多々報告されており下水道管渠に対する改築更新の必要性が高まってきている。その一方で、少子高齢化や人口減少、節水の取り組みが進むにつれて、下水道料金収入が減少するため、効率的な管渠の維持管理が必要になると考えられる。そのような中、管渠の長期的な運用を目的とした、状態監視保全による維持管理の取り組みが進んでいる。状態監視保全では、定期的な管渠の調査結果に基づき改築更新の有無が決定される。その一方で、下水道管渠を管理する地方自治体では、人的・財政的リソースの制約や、埋設構造物である等の問題により、高頻度での調査が困難な場合も少なくない。そのため、管渠の劣化速度に応じた調査間隔を設定することにより、効率的な調査を実施することが求められている。

調査データを活用した維持管理の取り組みとして、アセットマネジメントが普及してきている。なかでも、下水道管渠の調査データに対する統計的劣化予測モデル<sup>1)</sup>を活用した実践的研究<sup>2)</sup>や実務への試行的導入が進んでいる。点検・調査データを用いて分析を行う際、管渠が属する構造条件や使用条件、環境条件等の違いに応じて生じる劣化速度の異質性を考慮することが必要である。

また、改築更新が実施されることによって健全性の低い調査データが欠損することにより発生するサンプル欠損バイアスを考慮することも必要である。

本研究では、劣化速度の異質性とサンプル欠損バイアスの双方を同時に考慮可能な劣化予測モデルを提案することにより、劣化予測を実施する。さらに、劣化予測結果を活用した、調査間隔設定方法について提案する。

以上の問題意識の下、劣化速度の異質性およびサンプル欠損バイアスを考慮可能な劣化予測モデルを定式化し、定期調査が実施された管渠に対する実証分析を行う。さらに、分析結果を用いて、状態監視保全下における調査間隔の設定方法を提案する。以下2.で本研究の基本的な考え方を述べる。3.で混合マルコフ劣化ハザードモデルの概要を説明し、4.でサンプル欠損ベンチマーク分析および調査間隔の設定方法に関して説明する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 下水道管渠の保全方法と点検・調査の現状

令和元年度末時点で標準耐用年数 50 年を経過した下水道管渠の割合は総延長の 5%程度であるが、10 年後には 15%程度、20 年後には 35%程度と今後急速に増加する<sup>3)</sup>。このような老朽化の進む下水道管渠の現状を踏まえ

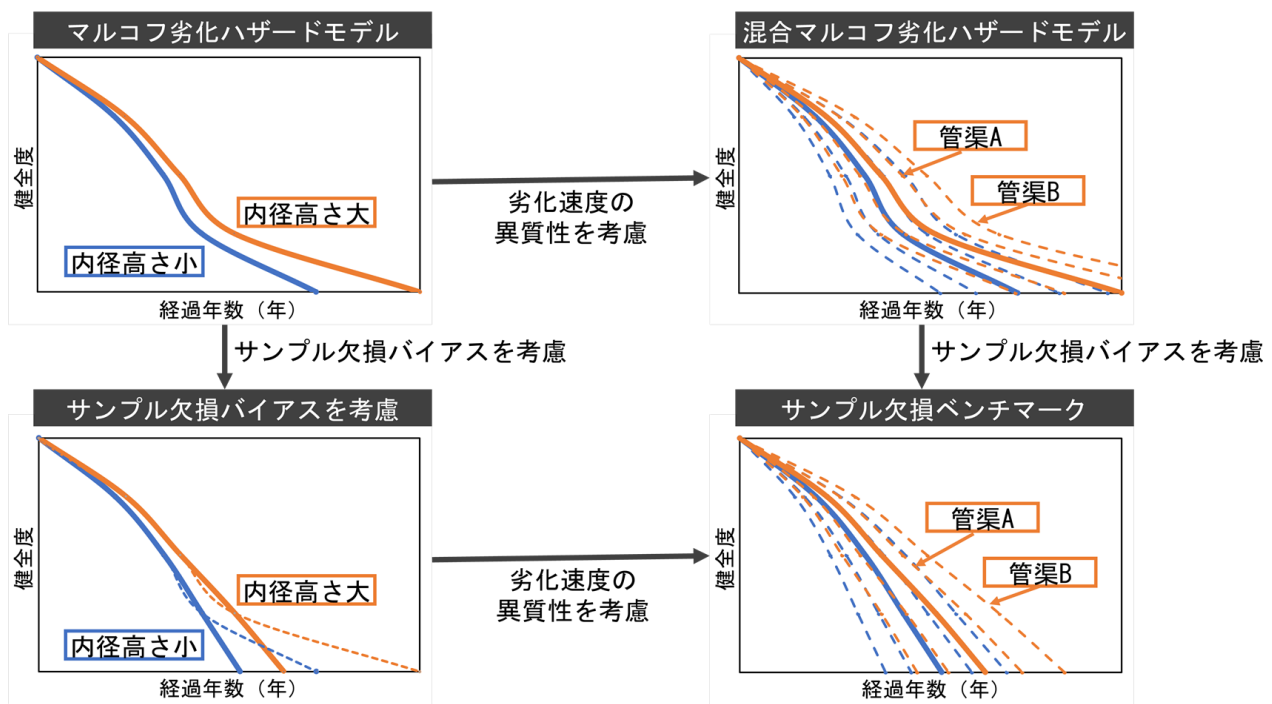


図-1 劣化予測モデルの概念図

て、管渠を効率的に運用する取り組みの重要性が高まりつつある。管渠を維持管理する際、予防保全と事後保全の大きく分けて2つの保全方法が存在する。さらに、予防保全に関して細分化してみると、状態監視保全と時間計画保全の2つに分類される。状態監視保全は、管渠の劣化状況を確認し、その状況に応じて対策を行う管理方法であり、時間計画保全は、管渠の特性に応じて予め定めた周期により、対策を行う管理方法である<sup>4)</sup>。そのため、状態監視保全により管渠を管理する場合、時間計画保全と比較して長期的な管渠の運用を行うことが可能であると考えられる。その一方で、管渠の調査・点検は人的・財政的リソースの制約や埋設構造物であることから、高頻度の調査が困難な場合も少なくない。そのため、管渠の劣化速度や状態に応じた調査間隔の設定が必要である。

そのような中、下水道管渠に対する点検・調査の取り組みとしては、老朽化する下水道管渠の増加や下水道管渠に起因する道路陥没事故の実情を踏まえて、平成27年に下水道法に基づく維持修繕基準が創設され、硫化水素による腐食のおそれの大きい下水道管渠に対する5年に1回以上の点検が義務化された。義務化の対象となった管渠約4000kmに対する点検実施状況としては令和元年時点で約72%の点検が完了している。その一方で、点検義務化の対象となった管渠約4000kmは全国の管渠約48万kmに対する割合の約1%程度にどどまっている。そのため、本研究で統計的劣化予測モデルを活用した調査間隔設定方法を提案することにより、効率的な調査の実施を支援できると考えられる。

## (2) 劣化速度の異質性とサンプル欠損バイアス

管渠の劣化予測を行うにあたり、本研究では大きく2つの事象を考慮する。1つ目が劣化速度の異質性を考慮することである。下水道管渠は管渠の埋設される場所の管径や材質などの構造条件や排水種別などの使用条件、土壌や水質などの環境条件の違いにより、劣化速度に差異が存在する。小濱らは、マルコフ劣化ハザードモデル(図-1左上)では考慮することが不可能であった、劣化速度の異質性を混合マルコフ劣化ハザードモデル<sup>5)</sup>(図-1右上)の開発により、ベンチマーク分析することを可能にした。2つ目が健全性の低いデータの欠損により生じるサンプル欠損バイアスを考慮することである。下水道管渠の老朽化が進むと、その老朽化に起因した道路陥没事故の発生や排水機能の停止などが考えられるため、管渠の改築更新が実施されている。そのため、劣化予測を行う際に使用するサンプルには、健全性の低いサンプルの欠損が発生する。サンプル欠損が生じているデータを用いて分析を行うと、本来ならば劣化が進行していたはずのサンプルが欠損しているため、サンプル欠損バイアスが発生する(寿命が過少に評価されてしまう)恐れがある。この問題に対して、小林らは、サンプル欠損バイアスを考慮可能な劣化予測モデル<sup>6)</sup>(図-1左下)を提案することにより、サンプル欠損バイアスにより生じる寿命の過小評価問題を解消した。そこで本研究では、劣化速度の異質性とサンプル欠損バイアスの双方を同時に考慮可能な劣化予測モデル(図-1右下)を定式化することにより、管渠の劣化予測を行うこととする。また、この分析手法を本研究では、サンプル欠損ベンチマーク分

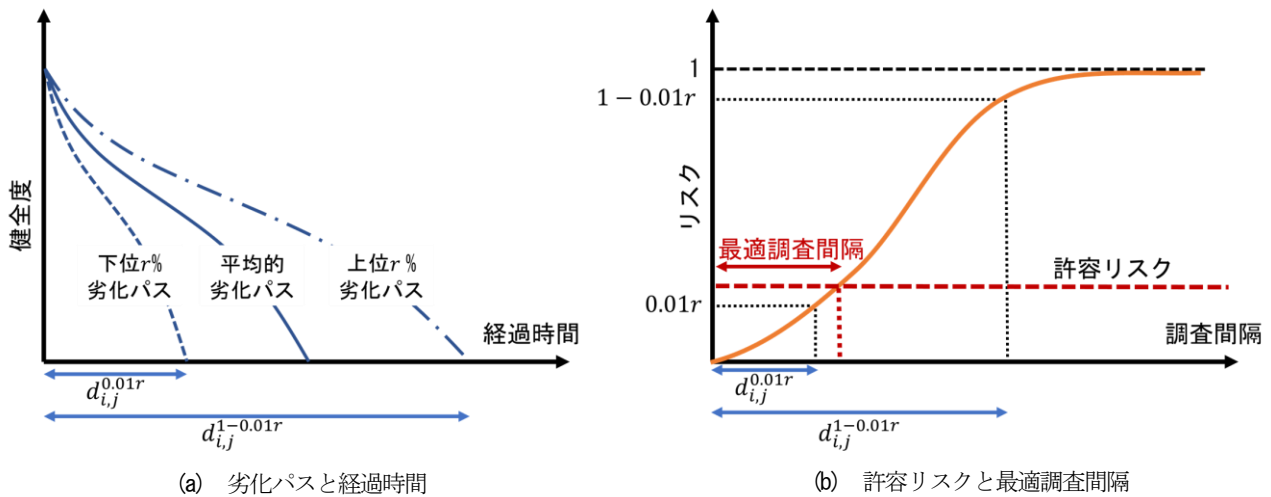


図-2 期待寿命と調査間隔

析と呼び、詳細な説明に関しては 4. で行うこととする。

### (3) 期待寿命と調査間隔

下水道管渠の調査を行うにあたり、人的・財政的リソースを効率的に活用するためには、全管渠に対して一律の調査間隔を設定することは非効率的である。そのため、管渠の状態や劣化予測結果の劣化速度の大小に応じた調査間隔の設定を行うことが必要であると考えられる。

調査データを用いて調査間隔を設定した事例として、深谷らの研究があげられる<sup>7)</sup>。深谷らは、Sullinan 法を参考にして管渠種別ごとに劣化予測を行い、その結果を用いて調査間隔を設定する方法を提案した。しかし、上記の方法では、管渠の段階的な劣化過程のモデル化や劣化速度の異質性などが考慮されておらず、十分であるとは言い難い。そのため、本研究では、劣化過程にマルコフ連鎖モデル、劣化速度に異質性を考慮した劣化予測モデルを用いた分析を行い、その評価結果を活用した調査間隔設定方法を提案する。図-2(a)には管渠の劣化予測結果の一例を示している。一般的な劣化予測結果としては、図-2(a)の実線で描かれた平均的な劣化パスが分析により推定される。また、図-2(b)には、横軸に劣化予測により推定された経過時間を調査間隔に置き換えたもの、縦軸に改築更新が必要な健全度に達する割合（以降はリスクと呼ぶこととする）をとった、調査間隔とリスクの関係を示している。調査間隔を長く設定すると、次回調査までに改築更新が必要な管渠の割合（リスク）が増加し、逆に短く設定するとリスクは低くできるものの、人的・財政的リソースが増大することが考えられる。そのため、平均的な劣化予測結果を用いて調査間隔を設定した場合、維持管理実務上、許容できるリスクを超えてしまう恐れが存在する。そこで本研究では、劣化予測結果を用いてシミュレーションを行うことにより、リスクと調査間隔の関係性を推定し、許容リスクに応じた最適調査間隔を設

定する方法を提案する。具体的な調査間隔の設定方法に関しては、4.(4)で説明することとする。

### 3. 混合マルコフ劣化ハザードモデル

#### (1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻  $s_0$  を初期時点とする離散的時間軸  $t = 0, 1, 2, \dots$  を考え、離散的時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時刻と区別する。単位時間幅を 1 に基準化する。施設の健全性を  $I$  個の健全度  $i (i = 1, \dots, I)$  で表現する。  $i$  の値が大きくなるほど、劣化が進展している。時点  $t$  における施設の健全度を状態変数  $g(t) = i (i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$  を用いて表現する。施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し、離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。推移確率は、時点  $t$  における健全度  $g(t) = i$  を与件とし、次の時点  $t + 1$  における健全度  $g(t + 1) = j (j \geq i)$  が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[g(t + 1) = j | g(t) = i] = \pi_{ij} \quad (1)$$

によって定義される。なお、微小時間での健全度の推移は 1 段階である。式 (1) に示すマルコフ推移確率は所与の 2 つの時点  $t, t + 1$  の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、当然のことながら、対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij} = 0 (i > j)$  が成立する。また、推移確率の定義より  $\sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1$  が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij} \geq 0 (i, j = 1, \pi_{ij} = 0 (i > j) \text{ のとき}) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

が成立しなければならない。健全度  $I$  は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{I,I} = 1$  が成立する。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には

依存しない。マルコフ連鎖モデルでは、健全度が  $i-1$  から  $i$  に推移した時点に拘わらず、時点  $t$  から時点  $t+1$  の間に推移する確率は時点  $t$  における健全度のみ依存するという性質（マルコフ性）を満足する<sup>8)</sup>

## (2) 混合マルコフ劣化ハザードモデルの定式化

分析対象とする社会基盤施設を  $K$  施設グループに分割する。  $K$  施設グループ  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) は、合計  $L_k$  の施設で構成されている。施設グループ  $k$  に固有なハザード率の異質性を表すパラメータ  $\varepsilon^k$  を導入する。このとき、施設グループ  $k$  の施設  $l_k$  ( $l_k = 1, \dots, L_k$ ) の健全度  $i$  ( $i = 1, \dots, I-1$ ) のハザード率を、個別ハザード率

$$\lambda_i^{lk} = \tilde{\lambda}_i^{lk} \varepsilon^k \quad (3)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k)$$

を用いて表す。ここに、 $\tilde{\lambda}_i^{lk}$  は、施設グループ  $k$  の施設  $l_k$  が有する健全度  $i$  の平均的なハザード率（以下、標準ハザード率）である。異質性パラメータ  $\varepsilon^k$  は、施設グループ  $k$  の標準ハザード率  $\tilde{\lambda}_i^{lk}$  からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$  が成立すると仮定する。異質性パラメータ  $\varepsilon^k \geq 1$  であり、かつ  $\varepsilon^k$  の値が大きくなるほど、当該施設グループ  $k$  に含まれる全ての施設の劣化速度が、標準ハザード率に対して大きいことを表す。式 (3) において、全ての健全度のハザード率に、同一の確率変数  $\varepsilon^k$  が含まれることに留意して欲しい。これにより、ある健全度において劣化速度が大きい場合、他の健全度の劣化速度も相対的に大きくなることを表すことができる。いま、異質性パラメータ  $\varepsilon^k$  がガンマ分布  $f(\varepsilon^k | \alpha, \eta)$

$$f(\varepsilon^k | \alpha, \eta) = \frac{1}{\eta^\alpha \Gamma(\alpha)} (\varepsilon^k)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\eta}\right) \quad (4)$$

から抽出された確率標本であると考え。ガンマ分布  $f(\varepsilon^k | \alpha, \eta)$  の平均は  $\alpha\eta$  で、分散は  $\alpha\eta^2$  である。また、 $\Gamma(\cdot)$  はガンマ関数である。さらに、平均  $1$ 、分散  $1/\phi$  のガンマ分布の確率密度関数  $\bar{g}(\varepsilon^k | \phi)$  は、

$$\bar{g}(\varepsilon^k | \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi\varepsilon^k) \quad (5)$$

と表される。ここで、施設グループ  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) の異質性パラメータ  $\varepsilon^k$  の値を  $\bar{\varepsilon}^k$  に固定する。このとき、施設グループ  $k$  のある施設  $l_k$  の健全度  $i$  の寿命が  $y_i^{lk}$  以上となる確率  $\tilde{F}_i(y_i^{lk})$  は、式 (3) に示す指数ハザード率を用いて

$$\tilde{F}_i(y_i^{lk}) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{lk} \bar{\varepsilon}^k y_i^{lk}) \quad (6)$$

と書き換えることができる。さらに、施設グループ  $k$  の施設  $l_k$  の第 1 回目の点検時刻  $\tau_A^{lk}$  において健全度が  $i$  と判定され、次の点検時刻  $\tau_B^{lk} = \tau_A^{lk} + z^{lk}$  においても健全度が  $i$  と判定される確率  $\pi_{i,i}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k)$  は、

$$\pi_{i,i}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{lk} \bar{\varepsilon}^k z^{lk}) \quad (7)$$

となる。また、点検時刻  $\tau_A^{lk}$  と  $\tau_B^{lk} = \tau_A^{lk} + z^{lk}$  の間で健全度が  $i$  から  $j$  ( $j > i$ ) に推移するマルコフ推移確率  $\pi_{i,j}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k)$  は、式 (3) より、

$$\begin{aligned} \pi_{i,j}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{v=i}^j \prod_{w=i, \neq v}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_w^{lk}}{\tilde{\lambda}_w^{lk} - \tilde{\lambda}_v^{lk}} \exp(-\tilde{\lambda}_i^{lk} \bar{\varepsilon}^k z^{lk}) \\ &= \sum_{v=i}^j \psi_{i,j}^v(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_i^{lk} \bar{\varepsilon}^k z^{lk}) \quad (8) \end{aligned}$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k = 1, \dots, K)$$

と表すことができる<sup>9)</sup>。ただし、 $\tilde{\lambda}^{lk} = (\tilde{\lambda}_1^{lk}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{lk})$  である。また、 $\psi_{i,j}^v(\tilde{\lambda}^{lk})$  は

$$\psi_{i,j}^v(\tilde{\lambda}^{lk}) = \prod_{w=i, \neq v}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_w^{lk}}{\tilde{\lambda}_w^{lk} - \tilde{\lambda}_v^{lk}} \quad (9)$$

となり、標準ハザード率のみの関数で表される。また、 $\pi_{i,i}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k)$  に関しては、

$$\pi_{i,i}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{i,j}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k) \quad (10)$$

と表すことができる。つぎに、パラメータ  $\varepsilon^k$  がガンマ分布、式 (5) に従って分布する場合を考える。まず、健全度  $i$  の寿命が  $y_i^{lk}$  以上となる確率は、式 (7) を用いて

$$\tilde{\pi}_{i,i}(z^{lk}) = \int_0^\infty \pi_{i,i}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k) \bar{g}(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (11)$$

と表すことができる。マルコフ推移確率  $\tilde{\pi}_{i,i}(z^{lk})$  はハザード率の確率分布を考慮した点検間隔  $z^{lk}$  の平均的なマルコフ推移確率を表している。同様に点検間隔  $z^{lk}$  の下で健全度  $i$  から健全度  $j$  へ推移する平均マルコフ推移確率は、

$$\tilde{\pi}_{i,j}(z^{lk}) = \int_0^\infty \pi_{i,j}(z^{lk} | \bar{\varepsilon}^k) \bar{g}(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (12)$$

と表される。

## (3) 目視点検データとハザード率

施設グループ  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) に属する施設  $l_k$  ( $l_k = 1, \dots, L_k$ ) に関して 2 回の目視点検が実施されたと考え。3. (2) と同様に、目視点検が実施されたカレンダー時刻を  $(\tau_A^{lk}, \tau_B^{lk})$  と表す。ただし、 $\tau_A^{lk}$  は第 1 回の目視点検時刻であり、 $\tau_B^{lk}$  は第 2 回目の実施時刻である。施設グループ  $k$  に含まれる施設  $l_k$  の点検サンプルには、第 1 回目の目視点検から第 2 回目の目視点検が実施された時刻までの期間長  $z^{lk}$  と、これら 2 回の目視点検で観測された施設の健全度  $\bar{g}(\tau_A^{lk})$ 、 $\bar{g}(\tau_B^{lk})$  に関する情報が記載されている。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は、実測値であることを意味している。点検時点における健全度に基づいて、ダミー変数  $\delta_{i,j}^{lk}$  ( $i = 1, \dots, I-1, j = i, \dots, I; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k$ ) を

$$\delta_{i,j}^{lk} = \begin{cases} 1 & \bar{g}(\tau_A^{lk}) = i, \bar{g}(\tau_B^{lk}) = j \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (13)$$

と定義する。さらに、ダミー変数ベクトルを  $\delta^{lk} = (\delta_{1,1}^{lk}, \dots, \delta_{I-1,I-1}^{lk})$ 、施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造条件や環境条件を表す特性行ベクトルを  $\bar{x}^{lk} = (\bar{x}_1^{lk}, \dots, \bar{x}_M^{lk})$  と表す。ただし、 $\bar{x}_w^{lk}$  ( $w = 1, \dots, W$ ) は施設グループ  $k$ 、施設  $l_k$  の点検サンプルの  $m$  番目の説明変



数に関する期間 $[\tau_A^k, \tau_B^k)$ における観測値を表す。また、第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり、恒等的に $x_1^k = 1$ である。施設グループ $k$ に属する施設 $l_k$ の点検サンプルが有する情報を $\theta^{lk} = (\delta^{lk}, z^{lk}, \bar{x}^{lk})$ と表す。また、目視点検データ全体を $\Xi$ と表す。さらに、施設 $l_k$ の点検サンプルの期間 $[\tau_A^k, \tau_B^k)$ における劣化過程を個別ハザード率 $\lambda_i^k = \tilde{\lambda}_i^k \varepsilon^k$  ( $i = 1, \dots, I-1$ )を用いて表現する。健全度 $I$ はマルコフ連鎖の吸収状態であり、 $\pi_{i,I} = 1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}_i^k$ は必然的に $\tilde{\lambda}_I^k = 0$ となる。舗装路面の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^k$  ( $i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K$ )は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え、標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^k$ を特性ベクトル $x^{lk}$ を用いて、

$$\tilde{\lambda}_i^k = \exp(x^{lk} \beta_i') \quad (14)$$

と表す。ただし、 $\beta_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,W})$ は未知パラメータ $\beta_{i,w}$  ( $w = 1, \dots, W$ )による行ベクトル、記号「 $'$ 」は転置操作を表す。また、 $x_1^k = 1$ より、 $\beta_{i,1}$ は定数項を表す。なお、本研究においては、標準ハザード率に特性ベクトル(劣化に対する説明変数)を考慮せずに、定数項のみで標準ハザード率を表現して、劣化要因の影響は異質性パラメータ値に反映させることとする。また、本研究では、未知パラメータ $(\beta, \phi, \varepsilon)$ を階層ベイズ推計するが、具体的な方法論については参考文献9)を参照されたい。さらに、施設グループ $k$ を構成する施設 $l_k$ ごとの推計結果を平均化した標準ハザード率 $\lambda_i^k$  ( $i = 1, \dots, I-1$ )を

$$\lambda_i^k = \frac{1}{L_k} \sum_{l_k=1}^{L_k} \tilde{\lambda}_i^k \quad (15)$$

と定義する。このとき、施設グループ $k$ の平均的ハザード率は $\lambda_i^k = \tilde{\lambda}_i^k \varepsilon^k$ と表される。

#### 4. サンプル欠損ベンチマーク分析

##### (1) 完全サンプルを用いた尤度の定式化

ここでは、劣化速度の異質性を考慮しない、単純なサンプル欠損バイアスを考慮した分析について説明する。観測対象のすべての管渠に対して、改築更新が実施されず、健全度が最も悪い状況になるまで放置されるような実測サンプルが入手可能であるとする。このとき獲得されるサンプルを、サンプル欠損が存在していないことから、完全サンプルと呼ぶ。管渠 $k$  ( $k = 1, \dots, K$ )に対して、時刻 $\tau_A^k$ に健全度 $h(\tau_A^k) = i^k$ が、時刻 $\tau_B^k = \tau_A^k + z^k$ に健全度 $h(\tau_B^k) = j^k$ が観測されたと考える。ここに、 $z^k$ は時刻 $\tau_A^k$ から時刻 $\tau_B^k$ までの期間長であり、測定間隔を表す。また、期間 $[\tau_A^k, \tau_B^k]$ を観測期間、時刻 $\tau_A^k$ に観測された健全度を事前健全度、時刻 $\tau_B^k$ に観測された健全度を事後健全度と呼ぶこととする。さらに、管渠の劣化速度に影響を及ぼす管渠材質や使用環境を表す管渠特性を $x^k =$

$(x_1^k, \dots, x_M^k)$ と表す。いま、すべての管渠とすべての隣接する測定時刻 $\tau_A^k, \tau_B^k$ のペアの集合に対して、管渠の健全度 $h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$ と管渠特性 $x$ に関する合計 $K$ 個の実測サンプルが獲得できたと考える。実測サンプル $k$ の情報を $\xi^k = (\bar{h}(\tau_A^k), \bar{h}(\tau_B^k), z^k, \bar{x}^k)$  ( $k = 1, \dots, K$ )と表そう。記号「 $-$ 」は実測値であることを示す。また、健全度の観測値を $\bar{h}(\tau_A^k) = i^k, \bar{h}(\tau_B^k) = j^k$ と記述する。

測定間隔 $z$ と管渠特性 $x$ を、それぞれ $N, L$ 個の離散的なカテゴリ $-z_n, x_d$ に分割する。その上で、各サンプル属性 $(i, z_n, x_d)$  ( $i = 1, \dots, J-1; n = 1, \dots, N; d = 1, \dots, D$ )が出現する相対頻度を $\mu(i, z_n, x_d)$ と表す。ただし、相対頻度分布は、管渠の調査データベースから観測可能であり、既知関数である。一方、サンプル母集団からサンプル $(i, j, z_n, x_d)$ が抽出される同時確率(尤度)を $f(i, j, z_n, x_d; \beta)$ と表す。ただし、 $\beta$ は、未知パラメータである。いま、各実測サンプルがそれぞれ確率 $f(i, j, z_n, x_d; \beta)$ に基づいてランダム抽出されると考える。この時、 $K$ 個の実測サンプルが同時に観測される同時確率(尤度関数) $L(\xi, \beta)$ は、尤度の積として、

$$L(\xi, \beta) = \prod_{k=1}^K f(i^k, j^k, z^k, \bar{x}^k; \beta) \quad (16)$$

と表される。次に、管渠特性が $x_d$ で表される管渠が、時刻 $\tau_A$ に健全度 $h(\tau_A) = i$ であり、かつ時刻 $\tau_B = \tau_A + z_n$ に健全度 $h(\tau_B) = j$  ( $j \geq i$ )となる条件付き確率を $P(j|i, z_n, x_d; \beta)$ と表そう。この条件付き確率密度関数はマルコフ推移確率を用いて、

$$P(j|i, z_n, x_d; \beta) = \pi_{i,j}(z_n, x_d; \beta) \quad (17)$$

と表せる。ここに、 $\pi_{i,j}(z_n, x_d; \beta)$ は時刻 $\tau_A$ に健全度 $i$ の状態から、時刻 $\tau_B$ までの間に健全度 $j$ に推移するマルコフ推移確率を表す。この時、サンプル $(i, j, z_n, x_d)$ の同時確率 $f(i, j, z_n, x_d; \beta)$ は、

$$f(i, j, z_n, x_d; \beta) = P(j|i, z_n, x_d; \beta) \mu(i, z_n, x_d) \quad (18)$$

と表せる。式(18)を尤度関数(16)に代入し対数変換をすれば、対数尤度関数 $\ln L(\xi, \beta)$ を、

$$\ln L(\xi, \beta) = \sum_{k=1}^K \{ \ln P(j^k | i^k, z^k, \bar{x}^k; \beta) + \ln \mu(i^k, z^k, \bar{x}^k) \} \quad (19)$$

と表せる。 $\mu(i^k, z^k, \bar{x}^k)$ は既知であり、右辺第2項は定数項となる。そこで、第2項を無視しよう。式(17)を考慮すれば、対数尤度関数 $\ln L(\xi, \beta)$ は、

$$\ln L(\xi, \beta) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{i,j}^k \ln [\pi_{i,j}(z^k, \bar{x}^k; \beta)] \quad (20)$$

となる。ただし、 $\delta_{i,j}^k$  ( $i = 1, \dots, J-1, j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K$ )はダミー変数であり、

$$\delta_{i,j}^k = \begin{cases} 1 & \bar{h}(\tau_A^k) = i, \bar{h}(\tau_B^k) = j \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (21)$$

と定義できる。すなわち、式(20)はマルコフ劣化ハザード

ドモデルの対数尤度関数<sup>1)</sup>に一致する。

## (2) サンプル欠損を考慮した尤度の定式化

改築更新が実施されることにより、サンプル欠損が発生しているようなデータセットを考える。さらに、前回の点検時点から今回の点検時点までに、改築更新が実施された管渠に関する情報が入手可能であると考え、 $K$ 個の管渠の中から、改築更新が実施された区間を除く合計 $\bar{K}$ 個の管渠のみをサンプルとして抽出する。さらに、 $\bar{K}$ 個のサンプルを順次並べ換え、そのサンプル番号を $k = 1, \dots, \bar{K}$ と書き換えたデータベースを作成しよう。

事前健全度が $i$ であるサンプルの中で、劣化の進展が早いサンプルに対して改築更新が実施される確率が大きくなると考え、事後健全度 $j$ と対応してサンプル欠損率が決定されるようなサンプル欠損メカニズムを取り上げる。いま、サンプル集合 $\Omega$ を健全度ペア $(i, j) (i \leq j)$ に着目して $(J-1)(J+2)/2$ 個の排他的なサンプル部分集合 $\Omega_{i,j} (j = i, \dots, J; i = 1, \dots, J-1)$ に分割する。すなわち、 $\Omega_{i,j} \cap \Omega_{i',j'} = \phi ((ij) \neq (i'j'))$ であり、サンプル集合は $\Omega = \cup_{i=1}^{J-1} \cup_{j=i}^J \Omega_{i,j}$ と表現できる。 $\phi$ は空集合を表す。その上で、各サンプル部分集合内で、サンプル欠損率が一定であると考え、事後健全度に関する情報が存在するサンプルに関しては、当該のサンプルがどのサンプル部分集合に属するかを識別することができる。観測期間中に改築更新が実施されているサンプルは、どのサンプル部分集合にも属さず、当該サンプルは欠損することになる。

サンプル部分集合 $\Omega_{i,j}$ のそれぞれに対して、状態変数 $(z_n, x_d)$ が同時に生起する同時生起確率を $Q(z_n, x_d | i, j)$ と表す。このような同時生起確率は、各サンプル部分集合ごとに定義される。換言すれば、サンプル部分集合ごとにサンプル発生メカニズムが異なる。測定結果により得られたサンプルの内、サンプル部分集合 $\Omega_{i,j}$ に属するサンプル数を $N_{i,j}$ と表す。この時、実測サンプル $\xi = (\xi^1, \dots, \xi^K)$ は、各サンプル部分集合 $\Omega_{i,j}$ から、それぞれ $N_{i,j}$ 個ずつランダムに抽出されたランダムサンプルと考えることができる。ただし、 $\sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J N_{i,j} = \bar{K}$ である。サンプル欠損が存在するため、 $N_{i,j}$ の総和は管渠総数 $K$ でなく、改築更新が実施された管渠を除いたサンプル数 $\bar{K}$ に一致する。さらに、各サンプル部分集合ごとにサンプル抽出率が異なることになる。時刻 $\tau_B$ における理論的健全度分布は、事前健全度 $i$ に依存して変化する。事前健全度 $i$ 、測定間隔 $z_n$ と管渠特性 $x_d$ を与件とした事後健全度分布に関する条件付き確率密度関数 $\tilde{P}(j|i, z_n, x_d; \beta) = \pi_{i,j}(z_n, x_d; \beta)$ を用いれば、時刻 $\tau_B = \tau_A + z_n$ における理論的健全度分布は、

$$\tilde{Q}(j|i; \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \tilde{P}(j|i, z_n, x_d; \beta) v(z_n, x_d | i) \quad (22)$$

$$(i = 1, \dots, J-1; j = 1, \dots, J)$$

と表される。 $v(z_n, x_d | i)$ は事前健全度が $i$ であるサンプルの測定間隔 $z_n$ と管渠特性 $x_d$ に関する周辺分布

$$v(z_n, x_d | i) = \frac{\mu(i, z_n, x_d)}{\sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L \mu(i, z_n, x_d)} \quad (23)$$

であり既知関数である。この時、同時確率 $f(i, j, z_n, x_d; \beta)$ は次式で表される。

$$f(i, j, z_n, x_d; \beta) = \tilde{Q}(j|i; \beta) Q(z_n, x_d | i, j; \beta) \mu(i) \quad (22)$$

ただし、 $\mu(i)$ は事前健全度 $i$ の相対頻度分布を表す。式(16),(22)を考慮すれば次式が成立する。

$$Q(z_n, x_d | i, j; \beta) = \frac{P(j|i, z_n, x_d; \beta) \mu(i, z_n, x_d)}{\tilde{Q}(j|i; \beta) \mu(i)} \quad (24)$$

条件付き同時確率 $Q(z_n, x_d | i, j; \beta)$ は、サンプル部分集合 $\Omega_{i,j}$ から、実測サンプル $(i, j, z_n, x_d)$ がランダム抽出される確率を表している。条件付き同時確率 $Q(z_n, x_d | i, j; \beta)$ を用いることにより、サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数を定義することができる。ここで、理論的健全度分布(20)に含まれる測定間隔 $z_n$ と管渠特性 $x_d$ に関する周辺分布 $v(z_n, x_d | i)$ を、質点 $(i, z_n, x_d)$ に対して付与される経験的重み $w_{n,d|i}$

$$w_{n,d|i} = \frac{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i, z^k = z_n \text{ and } x^k = x_d\}}{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i\}} \quad (25)$$

を用いて表現しよう。経験的重み(24)は、周辺分布 $v(z_n, x_d | i)$ を最尤推定量であることが保証される(10)。ここに、 $\#\{k|B\}$ は条件 $B$ が成立するサンプル数を意味する。ただし、 $i^k, z^k, x^k$ は、サンプル集合 $\Omega_i = \cup_{j=i}^J \Omega_{i,j}$ に属するサンプルを対象としていることを断っておく。この時、理論的健全度分布 $\tilde{Q}(j|i; \beta)$ は、

$$\tilde{Q}(j|i; \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D w_{n,d|i} \pi_{i,j}(\bar{z}_n, \bar{x}_d; \beta) \quad (26)$$

と表すことができる。

次に、サンプル部分集合 $\Omega_{i,j}$ から確率(23)に従って実測サンプルがランダム抽出されると考えよう。この時、測定データ $\xi = (\xi^1, \dots, \xi^K)$ に対して、サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数は、

$$\ln \tilde{L}(\xi, \beta) = \sum_{j=1}^{\bar{K}} \left\{ \ln P(j^k | \bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta) + \ln \mu(\bar{z}^k, \bar{x}^k) \right\} - \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J N_{i,j} \{ \ln \tilde{Q}(j|i; \beta) + \ln \mu(i) \} \quad (27)$$

と定義される。ただし、 $N_{i,j}$ はサンプル部分集合 $\Omega_{i,j}$ に属する実測サンプル数を表す。式(27)の修正対数尤度関数の右辺第2項と第4項は定数項であり無視できる。さらに、式(15),(20),(24)を用いれば、修正対数尤度関数は、

$$\ln \tilde{L}(\xi, \beta) = \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \left\{ \sum_{k=1}^K \delta_{i,j}^k \ln \pi_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta) - N_{i,j} \ln \tilde{Q}(j|i; \beta) \right\} \quad (28)$$

と定式化できる。ここで、サンプル欠損を補正した尤度 $\tilde{\pi}_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta)$ を、

$$\tilde{\pi}_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta) = \frac{H_{j|i}}{Q_{j|i}} \pi_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta) \quad (29)$$

と表す。ただし、

$$H_{j|i} = \frac{N_{ij}}{\sum_{j=i}^J N_{ij}} \quad (30)$$

$$\tilde{Q}_{j|i} = \tilde{Q}(j|i; \beta) \quad (31)$$

である。\$H\_{j|i}\$は、サンプル欠損後のサンプル数\$N\_{ij}\$を用いて定義されるため、理論的健全度\$\tilde{Q}\_{j|i}\$と一致しない。この時、修正対数尤度関数(28)は、

$$\ln \tilde{L}(\bar{\xi}, \beta) = \sum_{k=1}^{\bar{K}} \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln[\tilde{\pi}_{ij}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta)] \quad (32)$$

と表すことができる。式(29)に示すように、サンプル欠損を補正した尤度\$\tilde{\pi}\_{ij}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta)\$は、完全サンプルが得られた場合の尤度\$\pi\_{ij}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta)\$に補正係数\$H\_{j|i}/\tilde{Q}\_{j|i}\$を乗じることにより求まる。補正係数の分子は、事前健全度が\$i\$となる実測サンプルの中で、期末に健全度\$j\$に推移した実測サンプルの割合を示す観測健全度分布を表す。一方、分母は劣化予測モデル（マルコフ推移確率）を用いて予測した理論的健全度分布である。これにより、理論的健全度分布\$Q\_{j|i}\$が大きい健全度\$j\$から抽出されたサンプルには相対的に小さい補正係数が、逆に小さい健全度から得られた実測サンプルには相対的に大きい補正係数が採用されることになる。

### (3) サンプル欠損ベンチマーク分析

4.(3)では、健全性の低いサンプルの欠損により生じるサンプル欠損バイアスを考慮した劣化予測モデルの定式化を実施した。その一方で、管渠は埋設されている環境や構造条件などに応じて、劣化速度に差異が存在する。そのため、ここではサンプル欠損バイアスと劣化速度の異質性の双方を同時に考慮可能な劣化予測モデルの定式化を行うこととする。

4.(2)の設定条件に加えて、対象管渠の管渠グループ数\$g\$の場合を考えると、このとき、事前健全度\$i\$、事後健全度\$j\$、測定間隔\$z\_n\$と管渠特性\$x\_d\$、管渠グループ\$g\_m\$における条件付き同時確率\$Q(z\_n, x\_d, g\_m|i, j; \beta, \varepsilon)\$は式( )に異質性を考慮した形として、

$$Q(z_n, x_d, g_m|i, j; \beta, \varepsilon) = \frac{P(j|\bar{i}, z_n, x_d, g_m; \beta, \varepsilon) \mu(i, z_n, x_d, g_m)}{\tilde{Q}(j|i; \beta, \varepsilon) \mu(i)} \quad (33)$$

と表される。また、4.(2)と同様に考えると、経験的重み\$w\_{n,d,m|i}\$および理論的健全度分布\$\tilde{Q}(j|i; \beta, \varepsilon)\$はそれぞれ、

$$w_{n,d,m|i} = \frac{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i, z^k = z_n \text{ and } x^k = x_d \text{ and } g^k = g_m\}}{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i\}} \quad (34)$$

$$\tilde{Q}(j|i; \beta, \varepsilon) = \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \sum_{m=1}^M w_{n,d,m|i} \pi_{i,j}(\bar{z}_n, \bar{x}_d, \bar{g}_m; \beta, \varepsilon) \quad (35)$$

と表される。このとき、サンプル欠損バイアスおよび劣化速度の異質性を考慮した修正対数尤度関数は、

$$\ln \tilde{L}(\bar{\xi}, \beta, \varepsilon)$$

$$= \sum_{k=1}^{\bar{K}} \{ \ln P(J^k | \bar{t}^k, \bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{g}^k; \beta, \varepsilon) + \ln \mu(\bar{t}^k, \bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{g}^k) \} - \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J N_{ij} \{ \ln \tilde{Q}(j|i; \beta, \varepsilon) + \ln \mu(i) \} \quad (36)$$

と定義される。さらに、修正対数尤度関数(36)の右辺第2項と第4項は定数項であり無視できるため、

$$\ln \tilde{L}(\bar{\xi}, \beta) = \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \left\{ \sum_{k=1}^{\bar{K}} \delta_{ij}^k \ln \pi_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{g}^k; \beta, \varepsilon) - N_{ij} \ln \tilde{Q}(j|i; \beta, \varepsilon) \right\} \quad (37)$$

と定式化できる。ここで、サンプル欠損を補正した尤度\$\tilde{\pi}\_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k; \beta, \varepsilon)\$を、

$$\tilde{\pi}_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{g}^k; \beta, \varepsilon) = \frac{H_{j|i}}{\tilde{Q}_{j|i}} \pi_{i,j}(\bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{g}^k; \beta, \varepsilon) \quad (38)$$

と表そう。ただし、

$$H_{j|i} = \frac{N_{ij}}{\sum_{j=i}^J N_{ij}} \quad (39)$$

$$\tilde{Q}_{j|i} = \tilde{Q}(j|i; \beta, \varepsilon) \quad (40)$$

である。\$H\_{j|i}\$は、サンプル欠損後のサンプル数\$N\_{ij}\$を用いて定義されるため、理論的健全度\$\tilde{Q}\_{j|i}\$と一致しない。この時、修正対数尤度関数(37)は、

$$\ln \tilde{L}(\bar{\xi}, \beta) = \sum_{k=1}^{\bar{K}} \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln[\tilde{\pi}_{ij}(\bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{g}^k; \beta, \varepsilon)] \quad (41)$$

と表すことができる。この修正対数尤度関数のパラメータを求めることにより、サンプル欠損バイアスと異質性の双方を同時に考慮した劣化予測が可能となる。

### (4) 調査間隔の設定方法

調査データを分析することにより得られた推移確率から、平均的な劣化パスを推定する際には式(15)を用いて健全度間の平均的な推移を推定した。しかしながら、2.(4)で説明したように、平均的な劣化パスの結果を用いて調査間隔を設定すると維持管理上許容できるリスクを超えてしまう恐れが存在する。そこで本研究では、分析により推定されたマルコフ推移行列\$\Pi(\Delta t)\$を用いてシミュレーションを行うことにより、リスクと調査間隔の関係を推定することとする。具体的な方法を以下で説明する。

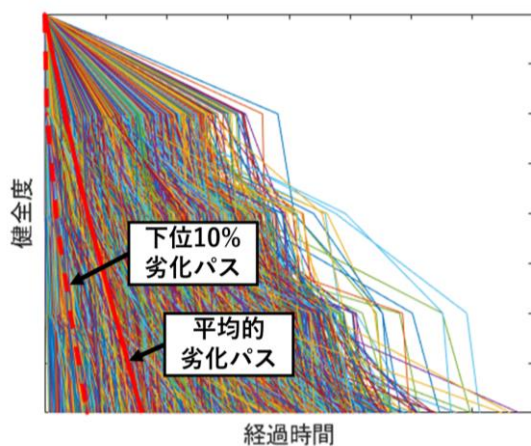
最終調査時点の健全度\$p(1 \leq p \leq J-1)\$、改築更新が必要な健全度が\$q(p < q \leq J)\$の場合を考える。この時、シミュレーションを実施する際の初期健全度ベクトルは、

$$s_{t_1} = [\rho_1, \dots, \rho_J] \quad (42)$$

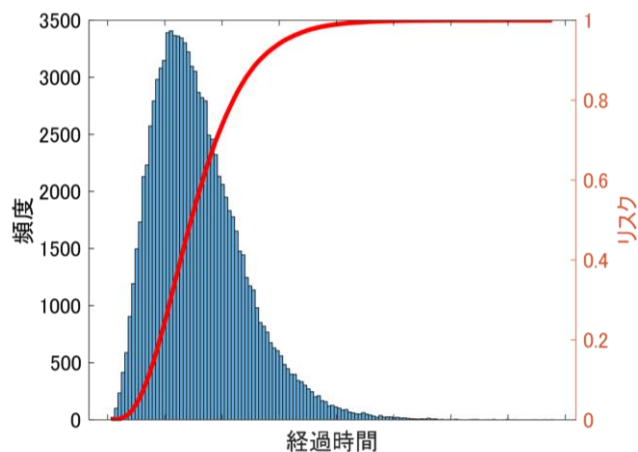
と表される。ただし、\$\rho\_e(e = 1, \dots, J)\$は

$$\rho_e = \begin{cases} 1 & e = p \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (43)$$

を満たす。シミュレーションでは、推移確率\$\Pi(\Delta t)\$に対



(a) シミュレーション結果の一例



(b) リスクと調査間隔

図-3 シミュレーション結果とリスクと調査間隔の関係

して、初期健全度ベクトルを乗じることにより、次点での健全度ベクトルを得ることができる。

$$s_{t_1+\Delta t} = s_{t_1} \Pi(\Delta t) \quad (44)$$

さらに、得られた健全度ベクトルを要素がすべて1の上三角行列 $P_{utm}$ にかけ合わせることで累積健全度ベクトルが得られる。

$$S_{t_1+\Delta t} = s_{t_1+\Delta t} P_{utm} \quad (45)$$

$$P_{utm} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

この累積健全度ベクトル $S_{t_1+\Delta t}$ に対して、一様乱数 $U(0,1)$ から乱数 $\eta \sim U(0,1)$ を発生させ、

$$S_{t_1+\Delta t}(1, v-1) \leq \eta \leq S_{t_1+\Delta t}(1, v) \quad (47)$$

$$(v = 1, \dots, J, S_{t_2}(0) = 0)$$

をみたす $v$ が $\Delta t$ 後における健全度となる。得られた健全度から健全度ベクトルを作成し、同様の操作を健全度が $q$ になるまで繰り返すことにより、シミュレーションを実施する。シミュレーション回数が100,000回の任意の推移確率に対する場合の例を図-3(a)に示す。また図-3(b)には健全度 $p$ から健全度 $q$ に推移する際の経過時間の頻度分布を示している。許容されるリスクが $\gamma\%$ の場合、頻度分布の下位 $\gamma\%$ にあたる経過時間が最適調査間隔となる。上記のシミュレーションを最終調査時点の健全度 $p(1 \leq p \leq J-1)$ と推移確率 $\Pi(\Delta t)$ に応じて行うことにより、最終調査時点の健全度に応じた調査間隔の設定が可能となる。

## 5. おわりに

本研究では、下水道管渠を対象として、調査データに対して統計的劣化予測モデルを活用した分析により、調査間隔設定方法を提案した。具体的には、劣化速度の異質性とサンプル欠損バイアスを同時に考慮可能な劣化予

測モデルとしてサンプル欠損ベンチマーク分析を提案した。また、推定された劣化予測結果に対してシミュレーションを用いた、リスクと調査間隔の関係を推定することによる調査間隔設定方法を提案した。なお、本研究で提案した方法論を用いて、大阪市下水道管渠を対象とした実証分析を行っており、その結果及び考察に関しては研究発表会にて提示する。

## 参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801, pp.69-82, 2005.
- 2) 小林潔司: 土木工学における実践的研究: 課題と方法, 土木技術者実践論文集, 土木学会, Vol.1, pp.143-155, 2010.
- 3) 国土交通省: 下水道管路メンテナンス年報, 2021.
- 4) 国土交通省: 下水道事業のストックマネジメント実施に関するガイドライン-2015版-, 2015.
- 5) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 6) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 7) 深谷渉, 末久正樹, 小川文章: アセットマネジメントに向けた下水道管きょ調査における調査頻度の提案, 土木研究センター, 土木技術資料 55-8. 2013.
- 8) 森村英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連, 1979.
- 9) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.