JAAM

# 舗装マネジメント費用の巨視的性質を活用した道路ネットワークの長期補修施策

中里 悠人[1]・水谷 大二郎[2]・長江 剛志[3]

[1]学生会員　東北大学大学院　工学研究科土木工学専攻（〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06）
E-mail: yuto.nakazato.s1@dc.tohoku.ac.jp
[2]正会員　東北大学助教　大学院工学研究科土木工学専攻（〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06）
E-mail: daijiro.mizutani.a5@tohoku.ac.jp
[3]正会員　鳥取大学教授　工学部社会システム土木系学科（〒 680-8552 鳥取市湖山町南 4-101）
E-mail: nagae@tottori-u.ac.jp

道路ネットワークのマネジメント計画には，ライフサイクル費用の削減を目指す長期補修施策と，長期補修施策に基づき，年度ごとの舗装マネジメント費用削減を目指す短期補修スケジュールが存在する．しかし，長期補修施策の策定段階で短期補修スケジュールにおける補修の規模の経済性を考慮することは計算コスト上困難である．本研究では，まず，補修の規模の経済性を考慮した最適短期補修スケジュールの年度内舗装マネジメント費用が補修数に対して巨視的な凹性を持つことを解明する．次に，この巨視的な凹性を利用して，補修の規模の経済性を考慮した長期補修施策の最適化手法を提案する．このように，費用と補修数の巨視的な凹性を活用することで，長期最適補修施策の候補を大幅に限定し，計算コストを削減できる．最後に，数値計算により，提案手法が実規模の道路ネットワークの長期補修最適施策を効率的に導出できることを確認する．

***Key Words:*** 維持管理施策，ネットワークレベル施策，数理最適化，規模の経済性，巨視的な凹性

## 1.　はじめに

高速道路等の道路ネットワーク上の道路舗装は，交通荷重や環境条件などによって不確実性を伴い経時的に劣化する．劣化に起因する事故等を防ぐため，劣化が進展している舗装区間（例えば，100m や 10m 区間）に対して適切に補修を実施する必要がある．補修に伴い発生する費用を長期的な視点から最小化するためには，舗装区間ごとに加算的に必要となる補修費用のみならず，舗装区間同士の相互関係（例えば，補修工事に伴う交通規制による利用者への影響，補修工事費用の規模の経済性等）を考慮したマネジメント計画が重要となる．このことを考慮すると，個々の舗装区間単位ではなく，道路ネットワークの全舗装区間からなる舗装システムを対象とした長期補修施策の策定が求められる．

ライフサイクル費用最小化を目的とした舗装システム全体の長期補修施策の数理最適化問題を考えた場合，計算コストに関する問題が生じ得る．具体的には，舗装システムの長期補修施策の厳密な最適化においては，舗装区間同士の相互関係と舗装の劣化の不確実性を同時に考慮する必要があり，例えば，最適化問題は全舗装区間の劣化状態の出現しうる全ての組み合わせを状態空間としたマルコフ決定過程として定式化できる．しかしながら，そのような最適化問題は，組み合わせ爆発により厳密解の導出が困難となる．

このような計算コストの問題を解消するために，**図-1** のようにマネジメント計画を長期施策と短期計画に分割する長期・短期分割アプローチにより，元の最適化問題を分割することが考えられる．本稿では，具体的には，長期施策がライフサイクル費用の削減を目的として各年度の補修区間を決定し，各年度の短期計画はそれをインプットとして，年度内の費用削減を目的とした補修スケジュールを決定する，といった分割方法を考える．実際の舗装システムの維持管理においても，中長期計画や年度補修計画といった，長期施策と短期計画にそれぞれ相当する仕組みが存在する．このように元の最適化問題を分割する際，長期施策の策定段階で考慮する費用と，短期計画により導出される最適年度内補修スケジュールの実施に伴う費用の整合性を担保することが極めて重要となる．長期施策の主要目的は，計画期間内のライフサイクル費用を最小化することであるが，その策定段階では各年度の費用，すなわち短期計画による年度内補修スケジュールの実施に伴う費用を厳密に計算することは計算コストの観点から困難である．そのため，長期施策の策定では各年度の

費用を予測し，その予測に基づいた意思決定が必要となる．しかし，長期施策が予測する費用と，実際の費用が大きく乖離する場合，予算不足や過剰配分などの問題が生じるリスクが高まるだけでなく，長期施策そのものが最適でなくなる可能性も高まる．それに対して，もし各年度の費用と長期計画のアウトプットの間に明確な巨視的関係が存在するならば，その関係を利用することで，長期施策の段階で各年度の費用をより高い精度で予測可能となる．

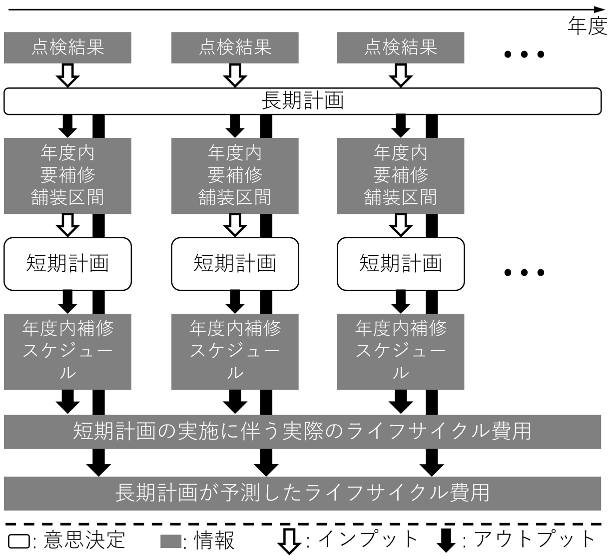
上記の着眼点に基づき，本研究では，短期計画による年度内補修スケジュールの実施に伴う費用を考慮した長期施策の策定方法論を提案する．まず，短期計画による年度内最適補修スケジュールの実施に伴う費用の巨視的性質を解明する．具体的には，道路ネットワークを対象としたモンテカルロシミュレーションを通じて，短期計画における各種費用がインプットである補修区間数に対して凹関数的な巨視的性質を持つことを確認する．次に，この巨視的性質を活用し，長期施策の解候補が実行可能領域の境界に限定されることを基に，長期最適施策の候補を数個に絞り込み，長期最適施策の最適解候補近傍のサンプリング結果の平均値を予測値として比較する手法による最適化を提案する．これらの分析は，Nguyen 道路ネットワークを対象に行われ，費用関数における巨視的性質の存在，長期最適補修施策の効率化の可能性を実証する．

以下，**2.** で本研究の基本的な考え方についてより詳細に紹介する．**3.** で本研究の対象となる短期計画問題の概略を述べ，Nguyen 道路ネットワークを対象に，モンテカルロシミュレーションにより短期計画における舗装マネジメント費用の巨視的性質を解明する．**4.** では，短期計画の費用の巨視的性質により解候補が実行可能領域の境界にのみ存在することを活用し，最適解候補の予測値の比較を用いた長期施策の最適化手法を提案する．さらに，Nguyen 道路ネットワークにおいて，提案方法論による長期施策の導出例を示す．**5.** で本稿の結論を述べる．

## 2.　本研究の基本的な考え方

### (1)　ネットワークレベルの長期補修施策最適化

インフラアセットの長期補修施策最適化問題は，単一施設を対象とした問題（オブジェクトレベル），インフラネットワーク内の施設の相互依存関係を考慮した問題（ネットワークレベル）に大別される．本研究では道路ネットワークの舗装システムに関する後者の問題を取り扱うが，実規模の道路ネットワークにおいて長期補修施策を最適化する際には，組合せ爆発に起因した計算コストが問題となる．具体的には，マルコフ決定過程に基づき舗装システムの最適補修施策をネットワークレベルで求める場合，舗装間の補修費用の相互関係（例えば，システム全体に対する予算制約，隣接舗装区間の同時規制・補修による規模の経済性，利用者費用）を考慮するために，最適化問題の解の候補が膨大な状態空間を有することとなる．また，マルコフ決定過程やその他の確率制御問題においては，発生し得る全ての劣化状態（システム内の各舗装区間の劣化状態の組合せ）に対して，補修意思決定を同時に最適化する必要があるが，実規模の舗装システムの劣化状態のパターン数は，組み合わせ爆発により膨大となるため解の導出が困難になる．




**図–1:** 長期・短期分割アプローチによるマネジメント

このようなネットワークレベルの長期補修施策を簡易的に求める方法として，Randomized policy アプローチが提案されている[1]．Randomized policy アプローチの特徴は，システムに含まれる全ての施設を同質と仮定した上で，個々の施設の劣化状態の組合せのパターンではなく，劣化状態（離散的な劣化度を想定）のシェアをシステムの状態と見なすことである．これにより，個々の施設の劣化状態が確率過程に従う場合でも，大数の法則により，シェアの動学を確定的なものとして近似的に取り扱える．その上で，補修施策は，各劣化度のシェアをどの程度健全な劣化度へと回復させるかの割合（Randomized policy）として表現できる．そのため，Randomized policy アプローチを用いることにより，元のマルコフ決定過程に基づく最適化問題と比較して，各意志決定時点における操作変数の空間を縮小できるとともに，確定的な制御問題として補修施策最適化問題を定式化できるという利点がある．

一般的なインフラアセットマネジメントシステムに

は，システム全体の補修施設数の予測や最適化を担う長期計画と，その長期計画を踏まえ，隣接舗装区間の同時規制・補修による規模の経済性や利用者費用を考慮して年度内の補修スケジュールを決定する短期計画が含まれる．本研究の想定する長期・短期計画のイメージについては，**図–1** を参照されたい．上述の Randomized policy アプローチは，システム内の補修割合のみを最適化し，具体的な補修対象施設を特定化しないため，長期計画の最適化問題と解釈できる．従来の Randomized policy アプローチには，舗装システム全体の予算制約や許容する劣化状態のシェアの制約条件を考慮したネットワークレベルの問題を主な対象としていたため，上記の規模の経済性や利用者費用を適切に考慮できず，長期計画で想定する年度ごとの費用と短期計画の適用結果として生じた実際の費用に乖離が生じ得るという課題がある．このような乖離が大きい場合，短期計画における予算不足や過剰配分などの問題が生じるリスクだけでなく，長期施策自体が最適でない可能性も高まる．この課題は，Randomized policy アプローチを採用した既往研究において，目的関数となる費用関数が補修施設数の線形関数で定義されているため，規模の経済性や利用者費用を考慮した場合の費用関数の非線形性を考慮していないことと解釈できる．この点に関して，規模の経済性や利用者費用を考慮した場合にシステム全体の費用がどういった非線形性等の性質を有するのかが解明されていないことも課題である．そのため，長期計画と実際の年次費用の乖離を低減するためには，短期計画を適用した結果として生じる費用の性質を解明し，それを長期計画において適切に考慮することが必要となる．

### (2) 既往研究のレビュー

2.(1) で述べたように，実規模の道路舗装などインフラシステムにおけるネットワークレベルの長期補修施策の最適化には計算困難性が伴うため，Randomized policy アプローチに基づく簡易的近似解法を用いた研究が複数存在する．Golabi et al.[1] は，舗装の各劣化度の割合と単年度の補修費用の変動幅に制約がある補修施策最適化問題に対し，Randomized policy アプローチを提案し，大規模な道路ネットワークにおける長期補修施策を導出した．当該研究以降も，複数の既往研究で Randomized policy アプローチが採用されている．例えば，Smilowitz and Madanat は，点検の不確実性を考慮し長期補修施策を導出している．青木等[9] は，時間依存型劣化過程を有するインフラシステムに対する点検及び補修施策の最適化の際に Randomized policy アプローチを採用している（当該文献では，Randomized policy アプローチとは明記されていないが，同アプローチを採用していると解釈できる）．Nakazato et al.[13] は，ライフサイクル費用に加えて年次費用の分散も考慮して最適補修施策を導出している．Randomized policy アプローチの解法としては，Li and Madanat [4] が提案した Steady state 法があげられる．Steady state 法では，最適長期補修施策におけるシステムの状態は最適な定常状態に収束するため，最適な定常状態を求めることで長期施策の最適化が可能である．このように Radnomized policy アプローチを用いた既往研究があるものの，いずれも，各施設を独立に補修した場合の費用の合計としてマネジメント費用を定義しており，2.(1) で述べた規模の経済性や利用者費用は考慮できていない．

Radnomized policy アプローチにおいて規模の経済性や利用者費用が考慮されてこなかった理由として，短期計画におけるシステム全体の補修数量とマネジメント費用の巨視的な関係性が未解明であったことが考えられる．短期計画に相当する年度内の補修スケジュールを，規模の経済性や利用者費用を考慮して最適化する研究自体は蓄積されてきている．例えば，González et al.[2] は，道路ネットワーク全体における工事実施能力の上限を考慮した年度内補修スケジュール最適化問題を取り扱っている．Miralinaghi et al.[6] は，道路ネットワークの補修による道路リンクの通行止めやそれによる年度内の利用者費用の増加を考慮した問題を対象としており，当該手法は工事発注の規模の経済性を考慮した問題へと拡張されている[7]．Mehranfar et al.[11] は，鉄道ネットワークに対して，Benders 分解を用いて年次補修スケジュールをネットワークレベルで効率的に導出するための方法論を提案している．Nakazato and Mizutani[12] は，道路ネットワークにおいて，日・100m 区間別の年次補修・規制計画の最適化問題を定式化し，その bi-level 解法を提案している．このように短期計画の最適化に関する研究は蓄積されているものの，それらは最適補修スケジュールの導出のみに主眼を置いており，システム全体の補修数量とマネジメント費用の間の巨視的性質について解明した研究は，著者等の知る限り過去には存在しない．

上記の他に，ヒューリスティックな解法や近似解法を用いて規模の経済性や利用者費用を考慮しながらネットワークレベルの長期補修施策の最適化を図った研究も存在する．Medury and Madanat [5] は，Approximate Dynamic Programming に基づき，道路ネットワークのリンク毎に非線形利用者費用関数を推定し，それを用いて利用者費用を考慮した最適補修施策を導出している．Mizutani et al.[14] は，施策自体の理解し易さを意識した簡便的ルールに基づき，舗装システムにおける規制・補修費用の規模の経済性を考慮して，最適施策を導出するための方法論を提案している．中里等[8] は，ネッ

トワークのグルーピングと集計化に基づいた長期補修施策の最適化を図っている．このように，Randomized policy アプローチ以外にも，規模の経済性や利用者費用を考慮した研究が存在するものの，それらの適用対象は，本研究で対象とする Nguyen ネットワークよりも小さな規模のネットワークとなっており，本研究で対象とする問題にそれら既往研究の手法を直接適用するのは困難である．

以上のレビューに基づき，本研究の貢献は以下のように取りまとめられる：

- 舗装システム全体を対象として，規模の経済性や利用者費用を考慮した際の最適短期計画実施に伴う費用と補修施設数の間の巨視的な性質を解明すること
- 上記の巨視的性質を活用することにより，Randomized policy アプローチに基づくネットワークレベルの長期最適補修施策が効率的に導出できることを実証すること

### (3) マネジメント費用の巨視的性質と最適補修施策

舗装システム全体の最適短期計画におけるマネジメント費用と補修施設数の間に巨視的な関係性があれば，その関係性を考慮した Randomized policy アプローチにより，規模の経済性や利用者費用を考慮して長期最適補修施策が求められる可能性がある．例えば，補修施設数を説明変数，マネジメント費用を被説明変数とした非線形回帰モデルや機械学習により，巨視的な関係性をモデル化し，その結果を長期補修施策最適化問題の目的関数として活用し得る．さらには，巨視的な関係性が明瞭に凹関数に従うといった性質を持つ場合には，長期補修施策最適化問題の解の候補を数個に限定することができ，最適化計算の効率化に資することができるだろう．このような巨視的関係性を活用することにより，アセットマネジメントシステム内の短期計画と長期計画それぞれで考慮される費用関数間での整合性を担保する，という実務的な意義も期待できる．

上記の考え方のもと，本研究ではまずマネジメント費用と補修施設数の間の巨視的性質を解明する．具体的には，Nakazato and Mizutani[12) で提案された年度内の規制スケジュール最適化問題を活用する．同問題は，100m 区間に分割された道路ネットワークの舗装システムに対し，年度内に交通規制を伴う補修が必要な区間を与件として，規制費用と利用者費用の年度内の総和を最小化するように日ごとの規制スケジュールを決定する問題である．そこでは，近接舗装区間に対する連続補修費用あたりの固定規制費用を設定することにより，規制費用の規模の経済性が考慮されている．この年次規制スケジュール最適化問題を，補修が必要な区間の数及び場所をランダムに変化させてそれぞれ解くことにより，補修区間数と最適規制スケジュールのもとでの年間のマネジメント費用（規制費用と利用者費用の和）のサンプルが得られる．これらのサンプルを用いて，マネジメント費用と補修施設数の間の巨視的性質を解明する．

次に，解明した巨視的性質を踏まえた長期補修施策最適化のための方法論を開発する．その際，ライフサイクル費用（補修費用，規制費用，利用者費用の総和）の期待値を目的関数とし，各劣化度に対する補修割合を操作変数とした最適化問題を Randomized policy アプローチの枠組みで定式化する．この最適化問題の求解の容易さは，巨視的性質に応じて変化するが，本研究では，3. で明らかとなった性質に特化した解法を提案し，巨視的性質を活用して規制費用や利用者費用を考慮した際の長期補修施策最適化問題の求解効率化の可能性を分析する．なお，対象とするネットワーク形状や短期問題の条件設定に応じて，巨視的性質は変化し得るが，その場合でも，求められた巨視的性質に応じて適宜長期補修施策最適化問題の解法を工夫すれば良い．

## 3. 舗装マネジメント費用の巨視的性質

### (1) 年度内の交通規制スケジュール最適化問題

年度内規制スケジュール最適化問題である短期計画を説明する．なお，ここで用いる定式化及びその解法は，Nakazato and Mizutani[12) において既に示されているため，以下では概略のみを述べる．

まず，短期計画の時間軸と舗装区間の設定について説明する．本研究では，短期計画の計画期間長を 1 年（365 日），単位時間間隔を 1 日とし，計画期間を離散時間軸 $\mathcal{T} \equiv \{1, \cdots, 365\}$ と定義する．道路ネットワークのノード集合を $\mathcal{N}$，ノード間を繋ぐ有向リンク集合を $\mathcal{A}$ と表す．各リンクを始点ノード $i$，終点ノード $j$ に基づき $(i, j)$ $(i, j \in \mathcal{N})$ と表記する．各リンクは同じ長さの舗装区間にさらに分割され，ネットワーク全体で $G$ 個の舗装区間が存在するとする．リンク $(i, j)$ の各舗装区間には，ノード $i$ 側から昇順に区間番号 $n$ が与えられ，各舗装区間は $(i, j, n)$ により特定化される．また，リンク $i, j$ における $n$ の集合を $\mathcal{N}_{i,j} \equiv \{1, 2, \cdots, N_{i,j}\}$ と定義する．

次に，短期計画のインプットについて説明する．短期計画のインプットは，年度内の要補修舗装区間を示す $\boldsymbol{I}$ である．各舗装区間に補修が必要か否かは，2 値変数 $I(i, j, n)$ で表記され，$I(i, j, n) = 1$ であれば区間 $(i, j, n)$ は年度内に補修が必要，$I(i, j, n) = 0$ であれば不要であることを意味する．本研究では全ての $I(i, j, n)$ を要素に持つベクトル $\boldsymbol{I}$ を年度内補修パターンと呼ぶ．補修

に必要な時間は全て1日であるとし，補修を行うには終日の交通規制が必要となる状況を想定する．ネットワークには $K$ 種類の交通需要が存在し，交通需要の集合は $\mathcal{F} \equiv \{(O_k, D_k), f_k) \mid k \in \mathcal{K} \equiv \{1, 2, \cdots, K\}\}$ で表現される．ここで，$O_k$ は $k$ 種目の交通需要の始点，$D_k$ は $k$ 種目の交通需要の終点，$f_k$ は $k$ 種目の交通需要の量となる．

以上に基づき短期計画最適化問題を定式化する．補修・規制実施にかかる費用の内，補修区間数に比例する補修費用は，$\boldsymbol{I}$ を与件とした場合に定数と見なせるため目的関数に含まない．そのため，規制区間数に比例した変動規制費用，1つの連続規制あたりの固定規制費用の和を目的関数に含める．後者の固定規制費用に起因して，規模の経済性が生じる．それに加え，規制により，当該区間の容量が低下すると考え，最小費用流問題基づき定量化した規制による利用者の旅行時間の増分の総和を利用者費用として目的関数に含める．以上の考え方に基づき，年度内の舗装規制スケジュールの最適化問題を，利用者費用 $C_u(\boldsymbol{S})$ と規制費用 $C_r(\boldsymbol{S})$ の総和の最小化問題として，以下のように定式化する:

$$\min_{\boldsymbol{S}} C_u(\boldsymbol{S}) + C_r(\boldsymbol{S}) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_{t \in \mathcal{T}} s(i, j, n, t) \geq I(i, j, n) \tag{2}$$

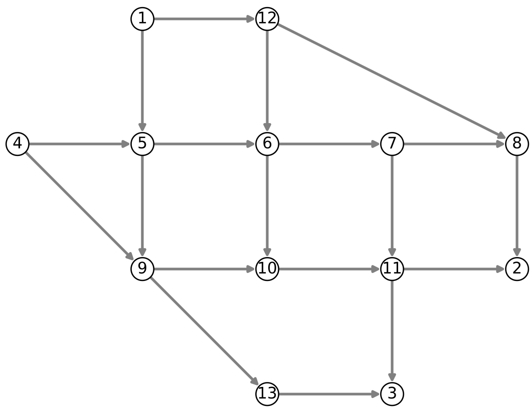
$$\forall n \in \mathcal{N}_{i,j}, \forall (i, j) \in \mathcal{A}$$

ここに，$\boldsymbol{S} \equiv \{s(i, j, n, t) \mid n \in \mathcal{N}_{i,j}, (i, j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}$ は規制番号の集合を表しており，$s(i, j, n, t) = 0$ は $t$ 日目に舗装区間 $(i, j, n)$ が規制に含まれないこと，$s(i, j, n, t) = e$ $(e \in \mathbb{Z}^+)$ は舗装区間 $(i, j, n)$ が $t$ 日目における $e$ 番目の連続規制区間に含まれることをそれぞれ意味する．なお，上記の最適化問題に関して，式(2)以外にも，単一連続規制の最大長さ等の制約条件が付与されているが，ここでは省略し，厳密な定式化は参考文献[12]にて示す．また，利用者費用 $C_u(\boldsymbol{S})$ と規制費用 $C_r(\boldsymbol{S})$ の厳密な定義やその他詳細な条件についても同参考文献を参照されたい．

### (2) 巨視的性質の分析方法

本研究では，仮想的な道路ネットワークであるNguyenネットワークを対象とする．Nguyenネットワークは**図-2**に示すように，13ノード，19リンクからなる道路ネットワークである．各リンクの長さと交通容量等の詳細，その他の条件設定は，**表-1**及び**表–2**に示すとおりである．なお，本稿全体にわたり，費用の単位は任意の貨幣単位を用いるとし，その種類は特定化しないこととする．Nguyenネットワークは交通流配分等の実験で用いられる仮想道路ネットワークモデルであるが，総延長264kmと国内の都市高速道路ネットワークに近い規模を有する．また，1，4が交通需要の始点ノード，2，3が終点ノードであり，ネットワーク内の始点ノードと終点ノードを結ぶ経路が複数存在するため，代替経路が複数存在し，利用者費用を考慮する必要性が高いあるネットワークである．本研究は，100mごとに舗装区間を設定するため，Nguyenネットワークは合計2,640個の舗装区間で構成される．

年度内補修パターン $\boldsymbol{I}$ をランダム生成したモンテカルロシミュレーションにより，舗装マネジメント費用と補修施設数の間の巨視的性質を分析する．具体的には，以下の手順の試行を $Z$ 回行い，$\{\chi, R(\boldsymbol{S}^*), U(\boldsymbol{S}^*)\}$ のサンプルセットを $Z = 2{,}700$ セット取得する：




**図–2:** Nguyen ネットワーク

**表–1:** Nguyen ネットワークの各リンクの長さと交通容量

| リンク $(i, j)$ | リンクの長さ [km] | リンクの交通容量 $\mu_{i,j}$ |
|---|---|---|
| (1,5) | 11.2 | 800 |
| (1,12) | 14.4 | 400 |
| (4,5) | 14.4 | 200 |
| (4,9) | 19.2 | 800 |
| (5,6) | 4.8 | 350 |
| (5,9) | 14.4 | 400 |
| (6,7) | 8.0 | 800 |
| (6,10) | 20.8 | 250 |
| (7,8) | 8.0 | 250 |
| (7,11) | 14.4 | 300 |
| (8,2) | 14.4 | 550 |
| (9,10) | 16.0 | 550 |
| (9,13) | 14.4 | 600 |
| (10,11) | 9.6 | 700 |
| (11,2) | 14.4 | 500 |
| (11,3) | 12.8 | 300 |
| (12,6) | 11.2 | 200 |
| (12,8) | 22.4 | 400 |
| (13,3) | 17.6 | 600 |

**表–2:** 数値計算の条件設定

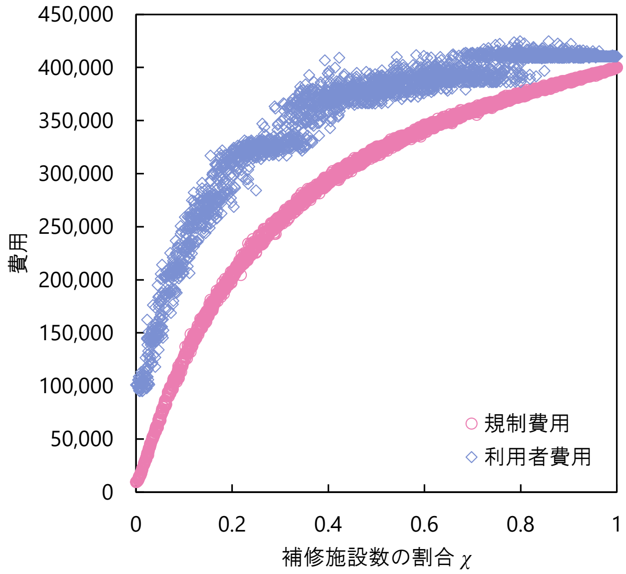
| 入力変数 | 値 |
|---|---|
| 交通需要：$\mathcal{F}$ | $\{((1,2),320),$ $((1,3),640),$ $((4,2),480),$ $((4,3),160)\}$ |
| 交通規制時のリンク容量倍率：$\gamma$ | 0.5 |
| トリップ放棄費用単価：$\hat{C}_k$ | $\hat{C}_k = 300$ [m.u.] $\forall k$ |
| 交通規制固定費用：$W_v$ | 100 [m.u.] |
| 交通規制変動費用：$W_f$ | 500 [m.u.] |
| 各日における交通規制数上限：$M$ | 20 |
| サンプリング回数：$Z$ | 2,700 |

[Step 1:]$\{1, 2, \cdots, G\}$ を台とする離散一様分布から，補修数 $n$ をランダムに生成し，補修施設数の割合 $\chi = n/G$ を算出する．要補修舗装区間数の合計 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{A},n\in\mathcal{N}_{i,j}} I(i,j,n)$ が $n$ となるように年度内補修パターン $\boldsymbol{I}$ をランダム生成する．$\boldsymbol{I}$ をインプットとした短期計画最適化問題 (1) を解き，最適年度内規制スケジュール $\boldsymbol{S}^*$ を導出し，その際の利用者費用 $U(\boldsymbol{S}^*)$ と規制費用 $R(\boldsymbol{S}^*)$ を算出する．

なお，本研究における全ての計算は，以下のスペックを有する計算機とプログラムを用いて行った：Windows 10 Pro (64-bit) operating system; Intel(R) Core(TM) i9-9980XE CPU at 3.00 GHz; 3.8.11 Python version; and 9.1.2 build v9.1.2rc0 (win64) Gurobi Optimizer version.

### (3) 巨視的性質の分析結果

前節で述べたサンプリングの結果，2 種類の費用ともに，明瞭な凹関数の形状の巨視的性質を有することが発見された．その結果を**図-3** に示す．同図は得られたサンプルに対して，横軸を補修割合 $\chi$，縦軸を $U(\boldsymbol{S}^*)$ 及び $R(\boldsymbol{S}^*)$ としてプロットしたものである．2 種類の費用ともに補修区間数 $\chi$ の増加に対して単調増加かつ逓減する傾向を示しており，補修割合 $\chi$ の凹関数の形状を有していると判断できる．交通規制費用と利用者費用ともに規模の経済性が存在するため，単調増加かつ逓減の傾向を有することは事前に想像できたものの，特に規制費用について，これほどまでの明瞭な巨視的関係性を有することは，本研究により初めて示された．利用者費用は，規制費用ほどは明瞭な形状を有してはいないが，概観的には凹関数と判断でき得る．**図-3** における利用者費用の不確実性が現実のアセットマネジメントにおいて許容されるか否かは，対象アセットタイプやアセットマネジメントの目標に応じて変化する．ここでは，利用者費用の巨視的性質についても，ある程度明瞭な関係性が得られたと考えて，以降の議論を展開する．




**図–3:** 舗装マネジメント費用の巨視的性質

このような凹関数の形状を有する巨視的性質を活用することにより，Randomized policy アプローチに基づく長期補修施策最適化問題を効率的に解くことができる．詳細については 4. で説明するが，Steady state 法[4]を用いて最適化問題を解く場合，補修施設数を引数とする費用関数が凹関数であれば実行可能解の境界のみが最適解の候補となる．そのため，候補解となる境界を列挙し，それらの境界における目的関数値を評価，比較して長期最適補修施策を求めることができる．このような手順に従うことで，規模の経済性や利用者費用を考慮した場合でも，長期最適補修施策が極めて容易に求められる．

## 4. ネットワークレベルの長期最適補修施策

### (1) 長期補修施策最適化問題

長期補修施策の最適化問題を定式化する．まず，長期計画の時間軸と舗装システムの劣化状態を定義する．年度 $y_0$ から始まる各年度からなる離散的な時間軸を考える．$y_0$ から $z$ $(z \in \mathbb{Z}^+)$ 年経過した年度を $y_z$ とし，年度の集合を $\mathcal{Y} \equiv \{y_z \mid z \in \mathbb{Z}^+\}$ と定義する．舗装システムに含まれる舗装区間は経年に伴い劣化し，各年度の点検結果に基づいて舗装区間の補修の有無を決定する状況を想定する．年度 $y_z$ における舗装区間 $(i,j,n)$ の劣化度を $d(i,j,n,y_z) \in \mathcal{M} \equiv \{1, 2, \cdots, M\}$ と表す．劣化度は 1 から $M$ までの $M$ 段階存在しており，劣化度の状態空間は $\mathcal{M}$ である．劣化度 1 は新設直後の状態，劣化度 $M$ は劣化が最も進展していて早急に補修が必要な状態を意味する．

本研究で用いる Randomized policy アプローチにおいて，舗装システムの劣化状態は，集計化された劣化度

ベクトル $\bar{\boldsymbol{d}}(y_z) \equiv [\bar{d}_1(y_z), \bar{d}_2(y_z), \cdots, \bar{d}_M(y_z)]$ を用いて表現される．$\bar{d}_m(y_z)$ は，劣化度が $m$ の舗装区間の割合であり，

$$0 \leq \bar{d}_m(y_z),\ \forall y_z \in \mathcal{Y}\ \forall m \in \mathcal{M} \tag{3}$$

$$\sum_{m=1}^{M} \bar{d}_m(y_z) = 1,\ \forall y_z \in \mathcal{Y} \tag{4}$$

が成立する．なお，集計化された劣化状態には記号「$\bar{}$」を付与することとする．各舗装区間の劣化度と舗装システムの集計化された劣化状態の間には以下の関係が常に成立する：

$$\bar{d}_m(y_z) = \frac{1}{G} \sum_{y_z \in \mathcal{Y}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} \sum_{n \in \mathcal{N}_{i,j}} \delta_{\{d(i,j,n,y_z)=m\}} \tag{5}$$

$\delta_{\{\cdot\}}$ は，括弧内の条件が成立した場合は 1，それ以外の場合は 0 を返すデルタ関数である．また，各年度での補修前後の状態を区別するため，$\bar{\boldsymbol{d}}(y_z)$ に − 及び + を付与して，$y_z$ での補修前後の劣化状態をそれぞれ劣化度ベクトル $\bar{\boldsymbol{d}}^-(y_z) = [\bar{d}_1^-(y_z), \bar{d}_2^-(y_z), \cdots, \bar{d}_M^-(y_z)]$ と $\bar{\boldsymbol{d}}^+(y_z) = [\bar{d}_1^+(y_z), \bar{d}_2^+(y_z), \cdots, \bar{d}_M^+(y_z)]$ で表現する．

上記の時間軸と劣化度ベクトルを用いて，舗装システムの劣化過程をモデル化する．各舗装区間の補修は，年度内補修スケジュールに従い異なる日に実施されるが，それらを日別に区別するのは長期計画の策定段階では困難であるため，本研究では全ての補修が点検直後に行われたとみなし，そこから次の年度になるまでに劣化すると考える．各舗装区間は独立に同一のマルコフ過程に従い劣化すると仮定する．本研究では，舗装システム全体の劣化度ベクトルの推移を大数の法則に基づき確定的な動学として扱う．このように劣化度ベクトルの推移を確定的なものとすることで，後述する長期計画の最適化における計算コストを大きく下げることができる．単一の舗装区間の劣化度のマルコフ推移確率行列 $\boldsymbol{P}$ を与件として，年度 $y_z$ での補修前の劣化度ベクトル $\bar{\boldsymbol{d}}^-(y_{z+1})$ は，年度 $y_{z-1}$ での補修後の劣化度ベクトル $\bar{\boldsymbol{d}}^+(y_{z-1})$ を用いて，

$$\bar{\boldsymbol{d}}^-(y_{z+1}) = \bar{\boldsymbol{d}}^+(y_z)\boldsymbol{P} \tag{6}$$

と算出できる． 次に舗装システムの補修過程を定式化する．補修前の劣化度に依存せず，補修後の劣化度は最小の 1 に回復すると考える．補修前後の劣化度ベクトル $\bar{\boldsymbol{d}}^-(y_z), \bar{\boldsymbol{d}}^+(y_z)$ の間には

$$\bar{\boldsymbol{d}}^-(y_z) + \boldsymbol{r}(y_z) = \bar{\boldsymbol{d}}^+(y_z) \tag{7}$$

が成立する．$\boldsymbol{r}(y_z) \equiv [r_1(y_z), r_2(y_z), \cdots, r_M(y_z)]$ は補修ベクトルであり，補修による各劣化度 $m$ の数の変化を意味する．具体的には，劣化度 $m$ $(m = 2, \cdots, M)$ の舗装区間の $-r_m$ の割合を補修することを意味する．補修によって舗装区間の全数は変動しないため，

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} r_m(y_z) = 0, \forall y_z \in \mathcal{Y} \tag{8}$$

が成立する．なお，補修によって舗装区間の劣化度が 1 になると仮定しているため，補修により劣化度 1 の割合は減少することがなく，$0 \leq r_1(y_z) \leq 1\ \forall y_z \in \mathcal{Y}$ が成立する．また，補修する劣化度 $m$ の舗装区間の数は劣化度 $m$ の舗装区間の数以下になるため，$0 \leq -r_m(y_z) \leq \bar{d}_m^-(y_z)\ \forall m \in \mathcal{M} \setminus \{1\}\ \forall y_z \in \mathcal{Y}$ が成立する．劣化度が最大の $M$ の舗装区間は必ず補修が必要であるため，

$$\bar{d}_M^+(y_z) = 0, \forall y_z \in \mathcal{Y} \tag{9}$$

が成立する必要があるとする．

以上に基づき，ライフサイクル費用の期待値の計画期間期首における割引現在価値の最小化問題として，舗装システム全体に対する長期補修施策最適化問題を以下のように定式化する：

$$\min_{\{\boldsymbol{r}(y_z) | y_z \in \mathcal{Y}\}} \sum_{y_z \in \mathcal{Y}} \frac{1}{1+\rho} Q(\boldsymbol{r}(y_z)) \tag{10}$$

$$\text{s.t. eqn. (9)}$$

$\rho$ は割引率である．$Q(\boldsymbol{r}(y_z))$ は $y_z$ 年目において補修ベクトル $\boldsymbol{r}(y_z)$ 適用の結果として発生する費用であり，以下のように 3 種類の費用の合計で定義される：

$$Q(\boldsymbol{r}(y_z)) = Q_w(\boldsymbol{r}(y_z)) + Q_u(\boldsymbol{r}(y_z)) + Q_r(\boldsymbol{r}(y_z)) \tag{11}$$

$Q_w(\boldsymbol{r}(y_z))$，$Q_u(\boldsymbol{r}(y_z))$，$Q_r(\boldsymbol{r}(y_z))$ は，$y_z$ 年目の規制費用，利用者費用，補修費用それぞれの期待値を表す．規制費用，利用者費用は**図–3** の巨視的性質に基づき設定する．補修費用 $Q_r(\boldsymbol{r}(y_z))$ は年度内に補修する舗装区間数に比例する費用であり，

$$Q_r(\boldsymbol{r}(y_z)) = -\sum_{m \in \mathcal{M} \setminus \{1\}} c_m r_m(y_z) \tag{12}$$

と，補修ベクトル $\boldsymbol{r}$ の各要素の線形和で定義される．$c_m$ は劣化度 $m$ の舗装区間を 1 区間補修する際に発生する補修単価を意味する．劣化度が最大になった舗装区間の補修（事後補修）で発生する費用 $c_M$ は，劣化度が最大でない舗装区間の補修（予防補修）で発生する費用 $c_m$ $(m < M)$ より大きいことを想定すると，舗装区間の劣化度が最大になる前の予防補修により長期的な費用削減が見込める可能性があるため，長期補修施策の最適化問題は，事後補修か予防補修かを選択する問題となる．既存の Randomized policy アプローチでは，全ての費用が補修ベクトルの線形関数で定義されるのに対して，本研究での長期補修施策の最適化手法では，規制費用 $Q_w$ と利用者費用 $Q_u$ が補修区間数 $r_1$ の凹関数の形状を有するという巨視的性質を活用する．

(2) **マネジメント費用の巨視的性質を活用した解法**

本研究における長期補修施策の最適化手法は，次の2つのプロセスで構成される：i）Steady state 法により，長期補修施策最適化問題を単年度の定常状態における費用最小化問題に変換する；ii）利用者費用と規制費用が補修数の明瞭な凹関数形状を有するという性質を用いて，費用最小化問題の最適解候補が実行可能領域の境界にのみ存在することを活用し，最適解候補のみを評価し，最も費用が小さい候補を最適解として求める．

Li and Madanat[4] が提案した Steady state 法は，舗装システムに対して同じ補修施策を適用し続けることにより，舗装システムの巨視的な劣化度ベクトルが定常状態 $\bar{\boldsymbol{d}}$ に到達する性質を活用する．以下では，定常状態における時不変なシステムを考慮するため，定常状態における補修ベクトルを $\boldsymbol{r} = [r_1, \cdots, r_M]$，定常状態における各年度の補修後の劣化度ベクトルを $\bar{\boldsymbol{d}}^{+} = [\bar{d}_1^{+}, \cdots, \bar{d}_M^{+}]$ とそれぞれ表記する．両者の間には，

$$\bar{\boldsymbol{d}}^{+}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{r} = \bar{\boldsymbol{d}}^{+} \tag{13}$$

が成立する．また，定常状態における補修前の劣化度ベクトルを $\bar{\boldsymbol{d}}^{-} = [\bar{d}_1^{-}, \cdots, \bar{d}_M^{-}]$ と表記する．無限満期のマネジメント問題において，舗装システムの劣化状態は定常状態に収束し，長期補修施策最適化問題 (10) は，以下の単年度費用の最小化問題に変換される：

$$\min_{\boldsymbol{r}} Q_w(\boldsymbol{r}) + Q_u(\boldsymbol{r}) + Q_r(\boldsymbol{r}) \tag{14}$$

$$\text{s.t. } 0 \le \bar{d}_m^{-},\ \forall m \in \mathcal{M} \tag{15}$$

$$0 \le \bar{d}_m^{+},\ \forall m \in \mathcal{M} \tag{16}$$

$$\sum_{m=1}^{M} \bar{d}_m^{-} = 1 \tag{17}$$

$$\sum_{m=1}^{M} \bar{d}_m^{+} = 1 \tag{18}$$

$$\bar{d}_M^{+} = 0 \tag{19}$$

$$\text{eqn. (13)}$$

次に，この新しい単年度費用の最小化問題 (14) の目的関数が凹関数であることを説明する．目的関数は，$Q_w(\boldsymbol{r}) + Q_u(\boldsymbol{r})$ と，$r_2, \cdots, r_M$ の線形関数である $Q_r(\boldsymbol{r})$ の和として表される．規制費用 $Q_w(\boldsymbol{r})$ 及び利用者費用 $Q_u(\boldsymbol{r})$ は，$r_2, \cdots, r_M$ の比率には依存せず，それらの総和のみに依存するため，$Q_w(\boldsymbol{r})$+$Q_u(\boldsymbol{r})$ を $\chi = -\sum_{m=2}^{M} r_m$ の関数として，

$$\tilde{Q}(\chi) = Q_w(\boldsymbol{r}) + Q_u(\boldsymbol{r}) \tag{20}$$

と書き表す．このとき，**図-3** の巨視的性質に基づき，$\tilde{Q}(\chi)$ が $\chi$ に対して単調増加凹関数の性質を有すると考えよう．すなわち，

$$\frac{\partial^2 \tilde{Q}(\chi)}{\partial \chi^2} < 0 \tag{21}$$

**表–3:** 長期最適補修施策導出のためのインプット情報

| 変数 | 設定値 |
|---|---|
| 最大劣化度：$M$ | 3 |
| マルコフ推移確率行列：$\boldsymbol{P}$ | $\begin{bmatrix} 0.8 & 0.15 & 0.05 \\ 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 補修単価：$c_m\ \forall m < M$ | 100 |
| 補修単価：$c_M$ | 200，300，$\cdots$，1,000 |

である．このとき，$\tilde{Q}(\chi)$ の $r_2, \cdots, r_M$ に関するヘッセ行列の要素は，

$$\frac{\partial^2 \tilde{Q}(\chi)}{\partial r_{m_1} \partial r_{m_2}} = \frac{\partial^2 \tilde{Q}(\chi)}{\partial \chi^2} \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r_{m_1}} \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r_{m_2}} \tag{22}$$

$$\forall m_1 \in \mathcal{M} \setminus \{1\}\ \forall m_2 \in \mathcal{M} \setminus \{1\} \tag{23}$$

と表せる．$\chi$ の定義から，$\frac{\partial \chi}{\partial r_{m_1}} = -1$，$\frac{\partial \chi}{\partial r_{m_2}} = -1$ が成り立つため，

$$\frac{\partial^2 \tilde{Q}(\chi)}{\partial r_{m_1} \partial r_{m_2}} = \frac{\partial^2 \tilde{Q}(\chi)}{\partial \chi^2} < 0 \tag{24}$$

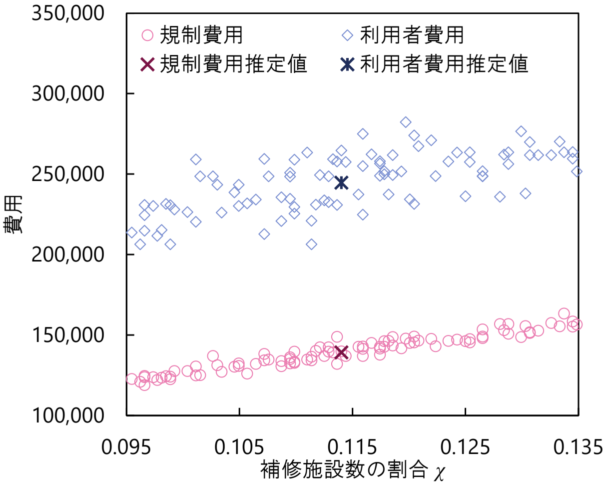
となる．このことと，$Q_r(\boldsymbol{r})$ が $r_2, \cdots, r_M$ の線形関数であることから，最小化問題 (14) の目的関数のヘッセ行列は，全ての要素を $\frac{\partial^2 \tilde{Q}(\chi)}{\partial \chi^2} < 0$ とする負定値行列となり，目的関数自体は凹関数となる．

目的関数が凹関数となることと，最小化問題 (14) の制約条件から操作変数 $r_2, \cdots, r_M$ の状態空間は線形な境界を有することを考慮すると，各劣化度の予防補修数 $r_m$ がそれぞれ最小値，最大値になる全ての組み合わせに最適補修ベクトルの候補が限定される．本研究では，これらの最適解の候補を列挙し，目的関数を最小とする補修ベクトルを最適解として選定する．

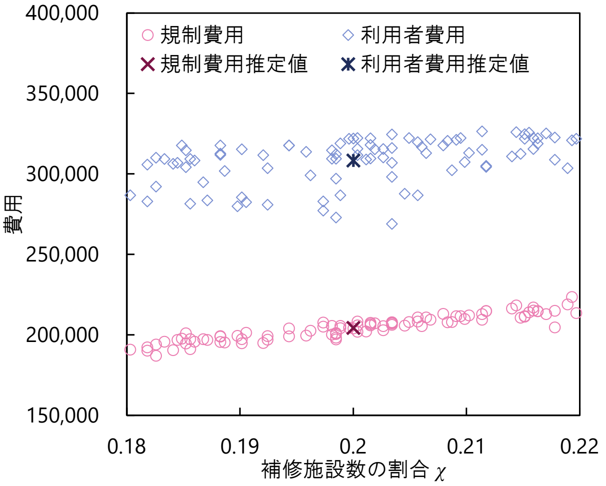
(3) **長期最適補修施策導出の条件と結果**

3.(3) で解明した舗装マネジメント費用の巨視的性質に基づき，4.(2) で述べた方法により長期最適補修施策を求める．分析対象は，3.(2) で示した Nguyen ネットワークを引き続き用いる．計算で用いる計算機のスペックとプログラムは 3.(2) に示したものと同一である．**表-3** に，長期最適補修施策導出の際のインプット情報を取りまとめる．劣化度 $M$ の舗装区間に対する補修単価 $c_M$ を感度分析の対象とし，表中に示す範囲で値を変化させた分析を行う．

4.(3) で述べたように，本研究では，**図-3** の巨視的関係性における端点のみを最適化計算に用いる．最大劣化度を $M = 3$ と設定しているため，劣化度 2 への予防補修の有無に応じた 2 つの端点が存在する．$r_2$ が最小の端点は，全ての劣化度 2 の舗装区間に対して予防補修を行わない施策（以下，予防補修無し）を表しており，この場合の定常状態は $\bar{\boldsymbol{d}}^{-} = [0.457, 0.429, 0.114]$ となっ




**図–4:** 予防補修無し施策の端点 $\check{\chi} = 0.114$ 近傍のサンプル




**図–5:** 予防補修有り施策の端点 $\hat{\chi} = 0.2$ 近傍のサンプル

たため，補修ベクトルは $\boldsymbol{r} = [0.114, 0, -0.114]$ となる．また，$r_2$ が最大の端点は，全ての劣化度 2 の舗装区間に対して予防補修を行う施策（以下，予防補修有り）を表しており，この場合の定常状態は $\bar{\boldsymbol{d}}^{-} = [0.8, 0.15, 0.05]$ となったため，補修ベクトルは $\boldsymbol{r} = [0.2, -0.15, -0.05]$ となる．以上から，**図-3** の巨視的関係性において，予防補修無しの場合の端点 $\check{\chi}$ は 0.114，予防補修有りの場合の端点 $\hat{\chi}$ は 0.2 となる．**図-4**，**図-5** には，**図-3** のサンプリング結果のうち，2 つの端点 $\check{\chi}$，$\hat{\chi}$ のそれぞれ前後 2% のみの結果を拡大して再掲している．**図-4**，**図-5** の横軸の区間内では，2 種類の費用はともに強い非線形性は有しないと判断し，これらのサンプルの期待値として端点の費用を推定することとした．**図-4** 及び**図-5** には，端点の費用の推定結果も併せて示しており，具体的な推定値は**表-4** に掲載している．

上述の条件のもとで導出した長期最適補修施策及びその施策を適用した際の費用を**表-5** に示す．同表では，

**表–4:** 最適解候補近傍の費用の推定結果

| | 規制費用 | 利用者費用 |
|---|---|---|
| $\check{\chi} = 0.114$ | 139,183 | 244,639 |
| $\hat{\chi} = 0.2$ | 204,252 | 308,236 |

劣化度 $M = 3$ の舗装区間への補修単価 $c_3$ を変化させたそれぞれのケースにおける長期最適補修施策を示している．$c_3$ が 900 以下のケースでは予防補修無し，$c_3$ が 1,000 のケースでは予防補修有りが長期最適補修施策として選択された．このことは，事後補修の補修単価が相対的に大きい場合には，予防補修を積極的に採用することを示しており，順当な結果であると考えられる．

以上のように，凹関数の形状を有する巨視的性質を活用することにより，2 種類の施策の候補に対して，最適化問題 (14) の目的関数の値をそれぞれ算出し，比較するという簡便な演算のみで**表-5** の結果が得られる．例えば，規制費用及び利用者費用が考慮できず補修費用のみを考慮した場合，今回の事例だと，$c_3 = 300$ であれば予防補修有りが費用最小化の観点から採用される[1]．一方で，過度な予防補修は規制費用や利用者費用の増加を招き得る．本研究で示した一連の方法論を用いることにより，規制費用や利用者費用も適切に考慮しながら，舗装システムの長期最適補修施策を簡便に求めることが可能となる．

## 5. おわりに

本研究では，道路舗装システムの年度内最適補修スケジュールにおけるマネジメント費用の巨視的性質を解明し，その性質を活用したネットワークレベルでの長期施策の最適化手法を提案した．具体的には，まず，マネジメント費用の巨視的性質を明らかにするため，モンテカルロシミュレーションを用いて補修区間数とマネジメント費用の関係をサンプリングし，マネジメント費用が補修区間数に関する明瞭な凹関数の形状を有する，という巨視的性質を確認した．次に，この巨視的性質より導ける状態空間の境界のみが最適候補解となるという性質を活用し，最適解候補近辺でのサンプリングによって年度内マネジメント費用を高精度に予測し，それに基づき長期補修施策を効率的に最適化する手法を提案した．Nguyen 道路ネットワークを対象とした分析により，これらの提案方法論の有用性に関して検証を行った．

一方，本研究に関連した今後の研究課題として以下があげられる：

[1] $c_3 = 300$ の状況での補修費用は，予防補修無しの場合で $Q_r([0.114, 0, -0.114]) = 90,288$，予防補修有りの場合で $Q_r([0.2, -0.15, -0.05]) = 79,200$．

**表–5:** 長期最適補修施策とその施策のもとでの費用

| $c_3$ | 最適施策 | 規制費用 $Q_w(\boldsymbol{r})$ | 利用者費用 $Q_u(\boldsymbol{r})$ | 補修費用 $Q_r(\boldsymbol{r})$ | 総費用 $Q(\boldsymbol{r})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 200 | 予防補修無し $\boldsymbol{r} = [0.114, 0, -0.114]$ | 139,183 | 244,639 | 60,192 | 444,014 |
| 300 | | | | 90,288 | 474,110 |
| 400 | | | | 120,384 | 504,206 |
| 500 | | | | 150,480 | 534,302 |
| 600 | | | | 180,576 | 564,398 |
| 700 | | | | 210,672 | 594,494 |
| 800 | | | | 240,768 | 624,590 |
| 900 | | | | 270,864 | 654,686 |
| 1,000 | 予防補修有り $\boldsymbol{r} = [0.2, -0.15, -0.05]$ | 204,252 | 308,236 | 171,600 | 684,088 |

- 提案方法論を Nguyen 道路ネットワーク以外のネットワークに適用し，巨視的な性質が一般的に存在するか，または特定のネットワーク条件下でのみ有効であるかを確認することが求められる．
- 短期計画のインプット情報の関数として，マネジメント費用の巨視的性質を定量化する試みが望まれる．これにより，短期計画を考慮したマネジメント費用がパラメトリックに定量化され，長期補修施策の最適化計算の効率化に資する可能性がある．

## 参考文献


1) Golabi, K., Kulkarni, R. B. and Way, G. B.: A statewide pavement management system, *Interfaces*, Vol.12, No.6, pp.5-21, 1982.
2) González, A. D., Dueñas - Osorio, L., Sánchez - Silva, M., and Medaglia, A. L.: The interdependent network design problem for optimal infrastructure system restoration. *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 31(5), pp.334-350, 2020.
3) Smilowitz, K. and Madanat, S.: Optimal inspection and maintenance policies for infrastructure networks, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 15, Issue 1, pp. 5-13.
4) Li, Y., & Madanat, S. (2002). A steady-state solution for the optimal pavement resurfacing problem. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.36(6), pp/525-535.
5) Medury, A. and Madanat, S.: Incorporating network considerations into pavement management systems: A case for approximate dynamic programming, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.33, pp.134-150, 2013.
6) Miralinaghi, M., Woldemariam, W., Abraham, D. M., Chen, S., Labi, S., and Chen, Z.: Network-level scheduling of road construction projects considering user and business impacts. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 35(7), pp.650-667, 2020.
7) Miralinaghi, M., Davatgari, A., Seilabi, S. E., and Labi, S.: Contract bundling considerations in urban road project scheduling. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 37(4), pp.427-450, 2022.
8) 中里悠人, 水谷大二郎, 長江剛志: 道路ネットワークの補修施策: グルーピングと集計化に基づく近似的解法, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol.78, No.5, pp.I_193-I_204,2023.
9) 青木一也，山本浩司，小林潔司：時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル，土木学会論文集 F，Vol.62，No.5，pp,240-257，2006.
10) Bellman, R.: A Markovian decision process, *Journal of Mathematics and Mechanics*, Vol.6, Issue 5, pp.679-684, 1957.
11) Mehranfar, H., Adey, B. T., Burkhalter, M. and Moghtadernejad, S.: Benders decomposition to accelerate determination of optimal railway intervention programmes, *Infrastructure Asset Management*, Vol.10, Issue 4, pp.171-188, 2023.
12) Nakazato, Y. and Mizutani, D.: 365-day sectional work zone schedule optimization for road networks considering economies of scale and user cost, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.39, Issue 15, pp.2270-2298, 2024.
13) Nakazato, Y., Mizutani, D. and Fukuyama, S.: Optimal repair policies for infrastructure systems with life cycle cost minimization and annual cost leveling, *Journal of Infrastructure Systems*, Vol.29, No.3, 04023021, 2023.
14) Mizutani, D., Nakazato, Y. and Lee, J.: Network-level synchronized pavement repair and work zone policies: Optimal solution and rule-based approximation, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.120, 102797, 2020.